

IV. Векторная алгебра

4.1. Найдите расстояние между точками $A(0, -1, 2)$ и $B(2, 1, 1)$. #

3

4.2. Найдите координаты середины отрезка AB , где $A(1, -2, -4)$, $B(3, 2, 2)$.

$(2, 0, -1)$

4.3. Найдите направляющие косинусы вектора

$\vec{a} = \{-1, 2, -2\}$.

$\cos \varphi_1 = -1/3$, $\cos \varphi_2 = 2/3$, $\cos \varphi_3 = -2/3$

4.4. Найдите углы наклона вектора $\vec{a} = \{1, -1, \sqrt{2}\}$ к осям координат.

$\varphi_1 = \pi/3$, $\varphi_2 = 2\pi/3$, $\varphi_3 = \pi/4$.

4.5. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если известно, что $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, а скалярное произведение $(\vec{a} - \vec{b}, \vec{a} + 2\vec{b}) = 1$.

15

4.6. В каком случае скалярное произведение двух векторов отрицательно?

Если угол между ними тупой.

4.7. Может ли скалярное произведение быть больше произведения длин векторов-сомножителей?

Нет, не может.

4.8. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a} = \{-1, 1, 1\}$ и $\vec{b} = \{2, 1, -1\}$.

$-\sqrt{2}/3$

4.9. Найдите проекцию вектора $\vec{a} = \{-2, 1, 0\}$ на направление вектора $\vec{b} = \{2, 1, -2\}$.

-1

4.10. При каком значении α векторы $\vec{a} = \{2, 1, \alpha\}$ и $\vec{b} = \{2, -6, -2\}$ ортогональны?

При $\alpha = -1$.

4.11. При каких значениях α и β векторы $\vec{a} = \{2, 1, \alpha\}$ и $\vec{b} = \{\beta, -6, -2\}$ будут коллинеарными?

При $\alpha = 1/3$, $\beta = -12$.

4.12. Выясните, является тройка $\vec{a} = \{1, 1, 1\}$,

$\vec{b} = \{1, 0, -2\}$ и $\vec{c} = \{0, 1, -1\}$ правой или левой.

Правой.

4.13. Найдите длину векторного произведения $[\vec{a}, \vec{b}]$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$ и их скалярное произведение равно $(\vec{a}, \vec{b}) = 0$

6

4.14. Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = \{1, 1, 1\}$ и $\vec{b} = \{1, 0, -2\}$.

$\sqrt{14}$

4.15. При каком μ векторы $\vec{a} = \{1, 0, 0\}$, $\vec{b} = \{1, 1, -2\}$, $\vec{c} = \{1, \mu, 4\}$ будут компланарными.

При $\mu = -2$.

4.16. Найдите смешанное произведение $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$ векторов $\vec{a} = \{1, 0, 0\}$, $\vec{b} = \{1, 1, -2\}$, $\vec{c} = \{0, 1, -1\}$.

1

4.17. Найдите объем треугольной пирамиды, построенной на векторах $\vec{a} = \{-3, 0, 0\}$, $\vec{b} = \{1, 1, -2\}$, $\vec{c} = \{0, 2, -2\}$.

1

4.18. Найдите вектор, перпендикулярный векторам $\vec{a} = \{1, -2, 0\}$ и $\vec{b} = \{1, 3, -2\}$, составляющий тупой угол с осью ординат и такой, что его длина равна $\sqrt{5}$.
$\{-4/3, -2/3, -5/3\}$

4.19. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{M_1M_2}$, где $M_1(2, 0, -1)$, $M_2(3, 4, -5)$.
$\{1, 4, -4\}$

4.20. При каком k векторы $\{1, k, -3\}$ и $\{2, -5, 4\}$ перпендикулярны?

При $k = -2$.

4.21. Вычислите векторное произведение $[\vec{a}, \vec{b}]$, если $\vec{a} = \{4, 3, 6\}$ и $\vec{b} = \{2, 5, -3\}$.

$\{-39, 24, 14\}$.

4.22. Даны векторы $\vec{a} = \{3, 2, 1\}$, $\vec{b} = \{5, -3, 4\}$ и $\vec{c} = \{1, 6, -7\}$. Вычислите скалярное произведение $(\vec{a} + \vec{b})\vec{c}$.

−33

4.23. Какой из приведенных ниже векторов ортогонален векторам $\vec{a} = \{1, 3, 4\}$ и $\vec{b} = \{2, -6, -5\}$?

$\{9, 13, -12\}$.

4.24. Вычислите углы треугольника ABC с вершинами $A(-3, 5, 6)$, $B(-2, 7, 9)$ и $C(2, 1, 7)$.

$\angle A = 90^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 30^\circ$.

4.25. Упростите векторное произведение $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{a} - \vec{b}]$.

$2[\vec{b}, \vec{a}]$

4.26. Вектор $\vec{X}$, удовлетворяющий уравнению $\vec{X} + (\vec{X}, \vec{i})\vec{i} = \vec{j}$, равен...

... $\{0, 1, 0\}$.

4.27. Вектор $\vec{X}$, удовлетворяющий уравнению $\vec{X} + [\vec{X}, \vec{i}] = \vec{j}$, равен...

... $\frac{1}{2}(\vec{j} + \vec{k})$.

4.28. Длина векторного произведения векторов $\vec{a} = \{0, 1, 2\}$ и $\vec{b} = \{-1, 1, 0\}$ равна...

...3.

IV-а. Векторная алгебра

4-а.1. Скалярное произведение векторов равно произведению длин векторов-сомножителей, если ...

... угол между векторами равен нулю.

4-а.2. Векторы $\vec{a} - \vec{b}$ и $\vec{a} + \vec{b}$ перпендикулярны тогда и только тогда, когда ...

... длины векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равны.

4-а.3. Пусть $\vec{a} = \{x, 2, -1\}$ и $\vec{b} = \{-1, 3, 1\}$. Скалярное произведение $(\vec{a}, \vec{b}) = -2$. Тогда ...

... $x = 7$.

4-а.4. Даны точки $A(1, 2, -1)$ и $B(-2, 4, 0)$. Тогда координаты вектора $2\vec{AB}$ составляют ...

... $\{-6, 4, 2\}$.

4-а.5. Направляющие косинусы вектора $\vec{a} = \{-2, 3, 6\}$ равны ...

...

$\cos \varphi_1 = -2/7$, $\cos \varphi_2 = 3/7$, $\cos \varphi_3 = 6/7$.

4-а.6. Известно, что $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, а скалярное произведение $(\vec{a} + 3\vec{b}, \vec{a} - 2\vec{b}) = 1$. Тогда скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равно ...

... 3.

4-а.7. Скалярное произведение двух ненулевых векторов равно нулю, если ...

... если векторы взаимно перпендикулярны.

4-а.8. Косинус угла между векторами $\vec{a} = \{3, -2, 6\}$ и $\vec{b} = \{-1, -2, 2\}$ равен ...

... $\frac{13}{21}$.

4-а.9. Проекция вектора $\vec{a} = \{-7, 0, 14\}$ на направление вектора $\vec{b} = \{-2, 6, 3\}$ равна ...

... 8.

4-а.10. Пусть $\vec{a} = \{3, 2, 1\}$ и $\vec{b} = \{-2, 4, -3\}$. Тогда вектор $2\vec{a} - 3\vec{b}$ имеет координаты ...

... $\{12, -8, 11\}$.

4-а.11. Векторное произведение $[\vec{a}, \vec{b}]$ — это ...

... вектор, перпендикулярный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

4-а.12. В результате упрощения векторного произведения $[\vec{a} + 5\vec{b}, -2\vec{a} + 3\vec{b}]$ получим

... $13[\vec{a}, \vec{b}]$.

4-а.13. Векторы $\vec{a} = \{2, \mu, -2\}$, $\vec{b} = \{1, 1, \mu\}$ будут коллинеарны ...

... ни при каком μ .

4-а.14. При перестановке сомножителей в векторном произведении ...

... оно меняет знак.

4-а.15. Площадь треугольника ABC равна 3. Тогда длина векторного произведения $[\vec{AB}, \vec{CA}]$ равна ...

... 6.

4-а.16. Пусть $|\vec{a}| = 12$, $|\vec{b}| = 5$, их скалярное произведение $(\vec{a}, \vec{b}) = -36$. Тогда длина векторного произведения $|\vec{a}, \vec{b}|$ равна ...

... 48.

4-а.17. Векторы $\vec{a} = \{-3, 4, \alpha\}$ и $\vec{b} = \{2, -3, 3\}$ ортогональны при ...
... $\alpha = 6$.

4-а.18. Смешанное произведение $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$ трех взаимно перпендикулярных векторов ...

... равно произведению длин векторов-сомножителей, если тройка $\vec{b}, \vec{a}, \vec{c}$ является левой.

4-а.19. Объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} = \{-3, 0, 0\}$, $\vec{b} = \{1, 1, -2\}$, $\vec{c} = \{0, 2, -2\}$, равен ...

... 6.

4-а.20. Даны векторы $\vec{a} = \{3, 2, 1\}$, $\vec{b} = \{5, -3, 4\}$ и $\vec{c} = \{1, 6, -7\}$. Тогда векторное произведение $[\vec{a} + 2\vec{b}, \vec{c}]$ равно # ... $\{-26, 100, 82\}$.

-а.21. Длина векторного произведения векторов $\vec{a} = \{-1, 2, 1\}$ и $\vec{b} = \{-3, 1, 0\}$ равна ...

... $\sqrt{35}$.

4-а.22. Смешанное произведение векторов $\vec{a} = \{3, 1, 1\}$, $\vec{b} = \{0, -3, 0\}$ и $\vec{c} = \{1, 2, -4\}$ равно ...

... 39.

4-а.23. Вектор $\vec{X}$, удовлетворяющий уравнению $\vec{X} + [\vec{X}, \vec{k}] = -\vec{i}$, равен...

... $-\frac{1}{2}(\vec{i} + \vec{j})$.

4-а.24. Векторы $\{-2k + 21, k, -3\}$ и $\{2, -5, 4k\}$ перпендикулярны ...

... при $k = -2$.

4-а.25. Пусть скалярное произведение $(\vec{a}, \vec{b}) = 1$, угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 60° . Тогда скалярный квадрат векторного произведения этих векторов (т.е. $[\vec{a}, \vec{b}]^2$) равен ...

... 3.

V. Плоскость

5.1. Найдите, при каком значении A плоскость $Ax + 2y - 3z = 0$ будет перпендикулярна плоскости $x - 3y + 2z - 6 = 0$.

При $A = 12$.

5.2. Найдите, при каких A и B плоскости $4x - 10z + 5 = 0$ и $Ax + By - 5z + 1 = 0$ параллельны?

При $A = 2, B = 0$.

5.3. Найдите угол между плоскостью $2x - y - 2z - 5 = 0$ и координатной плоскостью Oxy .

$$\arccos \frac{2}{3}$$

5.4. Найдите расстояние от точки $M(0,0,1)$ до плоскости $2x - y - 2z - 5 = 0$.

$$7/3$$

5.5. Запишите уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(0,0,1), M_2(0,1,1), M_3(1,1,2)$.

$$x - z + 1 = 0$$

5.6. Найдите плоскость, проходящую через точку $M(1,1,0)$ и прямую пересечения плоскостей $2x - y + z = 0$ и $x + y + z - 1 = 0$.

$$x - 2y + 1 = 0$$

5.7. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $(6,0,2)$ параллельно плоскости $3x + 7y + 5z - 1 = 0$.

$$3x + 7y + 5z - 28 = 0.$$

5.8. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $A(3,-1,2)$ перпендикулярно прямой BC , где $B(2,1,4)$ и $C(-3,-1,7)$.

$$5x + 2y - 3z - 7 = 0.$$

5.9. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2,1,4), B(1,-1,2)$ и $C(4,-1,1)$.

$$2x - 7y + 6z - 21 = 0.$$

5.10. Найдите угол между плоскостями $2x - 3y + 6z - 12 = 0$ и $x + 2y + 2z - 7 = 0$.

$$\arccos \frac{8}{21}$$

5.11. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $(1,-5,2)$, если нормальный вектор этой плоскости $\vec{N} = \{3,-7,4\}$.

$$3x - 7y + 4z - 46 = 0.$$

5.12. Плоскость $Ax + By + D = 0$ ($A \neq 0, B \neq 0, D \neq 0$) ...

... параллельна оси Oz .

5.13. Плоскость $By + Cz + D = 0$ проходит через ось Ox , если...

$$... D = 0.$$

Эта плоскость не может проходить через ось Ox .

5.14. Составьте уравнение плоскости, проходящей через

$$\text{прямую } \begin{cases} x + y - z = 0, \\ x - y + z - 1 = 0 \end{cases} \text{ параллельно вектору } \{1,0,-1\}.$$

$$x - y + z - 1 = 0.$$

5.15. При каких B и D прямая

$$\begin{cases} x - 2y + z - 9 = 0, \\ 3x + By + z + D = 0 \end{cases} \text{ лежит в плоскости } xOy? \\ B = -6, D = -27.$$

5.16. Составьте уравнение плоскостей, делящих пополам двугранные углы, образованные плоскостями $x - 2y + 2z = 0$ и $2x + y - 2z - 4 = 0$.

$$3x - y - 4 = 0 \text{ и } x + 3y - 4z - 4 = 0.$$

5.17. Найдите расстояние между плоскостями $x + 2y - 2z - 8 = 0$ и $x + 2y - 2z - 14 = 0$.

$$2$$

5.18. Найдите объем пирамиды, образованной координатными плоскостями и плоскостью $6x - 4y + 3z - 12 = 0$.

$$4$$

5.19. Найдите нормальный вектор плоскости, проходящей через начало координат и точки $(1,1,1)$ и $(2,-1,2)$.

$$\{1,0,-1\}.$$

5.20. Определите, как расположены точки $A(0,1,1)$ и $B(1,0,1)$ относительно плоскости $3x - y + z - 2 = 0$.

По разные стороны от плоскости, причем точка A по ту же сторону, что и начало координат.

5.21. Составьте уравнение плоскости, проходящей через середину отрезка AB перпендикулярно AB , если $A(1,4,-2)$, $B(3,0,0)$.

$$x - 2y + z + 3 = 0.$$

5.22. Установить, при каком значении A плоскость $Ax - y + z - 2 = 0$ будет параллельна плоскости $4x + 2y + 2z - 3 = 0$?

Ни при каком.

5.23. Найдите расстояние от начала координат до плоскости $3x - 2y + 6z - 28 = 0$.

$$4$$

5.24. Составьте уравнение плоскости, проходящей через начало координат параллельно векторам $\{0,1,0\}$ и $\{1,1,1\}$.

$$x - z = 0.$$

5.25. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точки $(1,0,0)$, $(0,1,0)$ параллельно вектору $\{1,1,1\}$.

$$x + y - 2z - 1 = 0.$$

5.26. При каком значении a точки $A(2,3,1)$, $B(-1,0,2)$, $C(1,4,-1)$ и $D(5,-2,a)$ принадлежат одной плоскости?

$$\text{При } a = 28/3.$$

V-а. Плоскость

5-а.1. Плоскость $Ax - y + 2z = 0$ будет перпендикулярна плоскости $x + 2y - 4z - 1 = 0$ при ...

$$\# \dots A = 10.$$

5-а.2. Плоскости $2x - 3z + 4 = 0$ и $Ax + By - 6z + 1 = 0$ параллельны при ...

$$\# \dots A = 4, B = 0.$$

5-а.3. Расстояние от точки $M(0,-1,0)$ до плоскости $3x - 2y - 6z - 1 = 0$ равно...

$$\# \dots 1/7.$$

5-а.4. Уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(0,0,1)$, $M_2(0,1,0)$, $M_3(1,0,-1)$, имеет вид ...

$$\# \dots 2x + y + z - 1 = 0.$$

5-а.5. Уравнение плоскости, проходящей через точку $(1,2,3)$ параллельно плоскости $x + 2y + 3z - 1 = 0$, имеет вид ...

$$\# \dots x + 2y + 3z - 14 = 0.$$

5-а.6. Угол между плоскостями $-3x + 2y + 6z - 12 = 0$ и $2x - y + 2z - 1 = 0$ равен ...

$$\# \dots \arccos \frac{4}{21}.$$

5-а.7. Уравнение плоскости с нормальным вектором $\vec{N} = \{-3, 7, -4\}$, проходящей через точку $(1,1,1)$, имеет вид ...

$$\# \dots 3x - 7y + 4z = 0.$$

5-а.8. Плоскость $Ax + By + Cz + D = 0$ проходит через ось Oy , если...

$$\# \dots B = 0 \text{ и } D = 0.$$

5-а.9. Уравнение плоскости, проходящей через прямую $\begin{cases} x + y = 0, \\ x - y + z = 0 \end{cases}$ параллельно вектору $\{0,1,-1\}$, имеет вид ...

$$\# \dots 3x + y + z = 0.$$

5-а.10. Расстояние между плоскостями $x - 2y - 2z - 7 = 0$ и $2x - 4y - 4z - 1 = 0$ равно ...

$$\# \dots 13/6.$$

5-а.11. Объем пирамиды, образованной координатными плоскостями и плоскостью $2x - y + 3z - 6 = 0$, равен ...
 $\# \dots 6.$

5-а.12. Точки $A(0, -2, 3)$ и $B(1, -1, 0)$ расположены относительно плоскости $x - 2y + 3z - 2 = 0$...

... по одну сторону, противоположную стороне, где лежит начало координат.

5-а.13. Уравнение плоскости, проходящей через начало координат параллельно векторам $\{0, 1, 1\}$ и $\{-1, 1, 1\}$, имеет вид ...

... $y - z = 0$.

5-а.14. Уравнение плоскости, проходящей через середину отрезка AB , где $A(0, 2, -5)$, $B(4, 0, 3)$, перпендикулярно этому отрезку, имеет вид ...

... $2x - y + 4z + 1 = 0$.

5-а.15. Уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1, -1, 2)$ перпендикулярно вектору $\vec{N} = \{1, 0, 3\}$, имеет вид...

... $x + 3z - 7 = 0$.

VI. Прямая в пространстве

6.1. Какой из указанных ниже векторов является

направляющим вектором прямой $\frac{x-3}{5} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{-2}$?

$$\{-10, 6, 4\}.$$

6.2. Запишите канонические уравнения прямой, если ее

параметрические уравнения имеют вид
$$\begin{cases} x = 1, \\ y = -2 + t, \\ z = 3 - 2t. \end{cases}$$

$$\frac{x-1}{0} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2}.$$

6.3. Запишите параметрические уравнения прямой

$$\begin{cases} x - y = 0, \\ 2x - y - z - 1 = 0. \end{cases}$$

$$x = t + 1, y = t + 1, z = t.$$

6.4. При каком значении l прямая $\frac{x-3}{l} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{1}$

будет перпендикулярна прямой
$$\begin{cases} x = t, \\ y = 2t + 1, \\ z = 3t - 5. \end{cases}$$

При $l = 3$.

6.5. При каких значениях l и m прямые

$$\frac{x-3}{l} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{1} \text{ и } \frac{x-5}{4} = \frac{y+2}{m} = \frac{z}{2}$$

параллельны?

При $l = 2, m = -6$.

6.6. Установите взаимное расположение прямых

$$\begin{cases} x = 1, \\ y = -2 + t, \\ z = 3 - 2t \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x = 2, \\ y = t, \\ z = 3t + 1. \end{cases}$$

Прямые скрещиваются.

6.7. При каких значениях A и n прямая

$$\frac{x-3}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{n} \text{ и плоскость } Ax + 2y - 3z = 0$$

будут перпендикулярны?

При $A = 2/3, n = -9/2$.

6.8. Найдите угол между прямой
$$\begin{cases} x = 2, \\ y = 4t, \\ z = 3t + 1 \end{cases}$$
 и плоскостью

$$2x + 2y - z - 4 = 0.$$

$$\arcsin(1/3).$$

6.9. Установите взаимное расположение прямой

$$x = t, y = t, z = t - 1 \text{ и плоскости}$$

$$2x - y - z - 1 = 0?$$

Прямая лежит в указанной плоскости.

6.10. Найдите расстояние от начала координат до прямой

$$\frac{x-1}{0} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2}.$$

$$\sqrt{6/5}$$

6.11. Найдите расстояние между прямыми
$$\begin{cases} x - y = 0, \\ y - 1 = 0 \end{cases}$$
 и

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z}{0}.$$

1

6.12. Составьте канонические уравнения прямой, проходящей через точку $(1, -1, -2)$ перпендикулярно плоскости

$$3x - 2z + 5 = 0.$$

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{0} = \frac{z+2}{-2}.$$

6.13. В какой точке прямая, проходящая через точки

$A(3, -2, 7)$ и $B(13, 3, -8)$, пересекает координатную

плоскость xOz ?

$$(7, 0, 1)$$

6.14. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку

$(6, 0, 2)$ перпендикулярно прямой

$$\begin{cases} x + y - 2z - 4 = 0, \\ 3x - 2y + z - 1 = 0. \end{cases}$$

$$3x + 7y + 5z - 28 = 0.$$

6.15. Запишите канонические уравнения прямой

$$\begin{cases} x = 3z - 5, \\ y = 2z - 8. \end{cases}$$

$$\frac{x+5}{3} = \frac{y+8}{2} = \frac{z}{1}.$$

6.16. Составьте параметрические уравнения перпендикуляра, проведенного через точку $(1, 2, 3)$ к плоскости

$$4x - 5y - 8z + 21 = 0.$$

$$x = 4t + 1, \quad y = -5t + 2, \quad z = -8t + 3.$$

6.17. При каком значении p прямая

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-8} = \frac{z-2}{p} \text{ параллельна плоскости}$$

$$3x - 4y + 7z - 33 = 0?$$

При $p = -5$.

6.18. Составьте канонические уравнения прямой, проходящей через точку $(0, 1, 0)$ параллельно прямой

$$\begin{cases} x + y - z - 1 = 0, \\ x + y + z - 1 = 0. \end{cases}$$

$$\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{0}.$$

6.19. При каком D прямая $\begin{cases} 3x - y + 2z - 6 = 0, \\ x + 4y - z + D = 0 \end{cases}$

пересекает ось Oz ?

При $D = 3$.

6.20. Составьте параметрические уравнения прямой, проходящей через точки $A(0, 1, 2)$ и $B(-1, 0, 2)$.

$$x = t, \quad y = t + 1, \quad z = 2.$$

6.21. Направляющим вектором прямой $\begin{cases} x = t - 1, \\ y = 2, \\ z = -3t + 5 \end{cases}$

является вектор...

$$\dots \{-1, 0, 3\}.$$

6.22. Канонические уравнения оси ординат имеют вид...

$$\dots \frac{x}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z}{0}.$$

6.23. Параметрические уравнения медианы AM треугольника ABC , где $A(0, 0, 2)$, $B(-1, 0, 2)$, $C(3, -6, 2)$, имеют вид...

$$\dots \begin{cases} x = t, \\ y = -3t, \\ z = 2. \end{cases}$$

6.24. Канонические уравнения прямой, делящей пополам угол между положительными направлениями осей Ox и Oy , имеют вид...

$$\dots \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{0}.$$

6.25. Направляющим вектором прямой $\begin{cases} x - y + 1 = 0, \\ y + 2z - 3 = 0 \end{cases}$

служит вектор...

$$\dots \{2, 2, -1\}.$$

VI-а. Прямая в пространстве

6-а.1. Направляющим вектором прямой

$$\frac{x+2}{-2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-1}{-3} \text{ является вектор с координатами}$$

$$\# \dots \{2, -5, 3\}.$$

6-а.2. Направляющим вектором прямой

$$\begin{cases} 2x - y + z - 2 = 0, \\ x + y - z = 0. \end{cases} \text{ является вектор с координатами}$$

...

$$\# \dots \{0, 1, 1\}.$$

6-а.3. Направляющим вектором прямой

$$\begin{cases} -2y + 3z - 1 = 0, \\ 2x + y - 5z = 0. \end{cases} \text{ является вектор с координатами } \dots$$

$$\# \dots \{7, 6, 4\}.$$

6-а.4. Направляющим вектором прямой

$$\begin{cases} 3x + z - 2 = 0, \\ 2x - y - 3z = 0. \end{cases} \text{ является вектор с координатами } \dots$$

$$\# \dots \{1, 11, -3\}.$$

6-а.5. Направляющим вектором прямой

$$\begin{cases} -4y + z - 5 = 0, \\ x + y - 4 = 0. \end{cases} \text{ является вектор с координатами } \dots$$

$$\# \dots \{1, -1, -4\}.$$

6-а.6. Направляющим вектором прямой

$$\begin{cases} 7x - 2y + 3z - 2 = 0, \\ y - z + 5 = 0. \end{cases} \text{ является вектор с}$$

координатами ...

$$\# \dots \{-1, 7, 7\}.$$

6-а.7. Направляющим вектором прямой $\begin{cases} 5x + z - 3 = 0, \\ 2y - z - 1 = 0. \end{cases}$

является вектор с координатами ...

... $\{2, -5, -10\}$.

6-а.8. Каноническими уравнениями прямой

$x = t, y = t, z = -t - 1$ являются ...

... $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$.

6-а.9. Каноническими уравнениями прямой

$x = 2t - 1, y = t + 2, z = -t + 3$ являются ...

... $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

6-а.10. Параметрическими уравнениями прямой

$\begin{cases} x + y + 2z + 2 = 0, \\ x - y = 0 \end{cases}$ являются ...

... $x = t, y = t, z = -t - 1$.

6-а.11. Параметрическими уравнениями прямой

$\begin{cases} x - y + z = 0, \\ y + z - 5 = 0 \end{cases}$ являются ...

... $x = 2t - 1, y = t + 2, z = -t + 3$.

6-а.12. Прямая $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{1}$ принадлежит плоскости ...

... $x + y - 2z - 2 = 0$.

6-а.13. Прямая $\begin{cases} x - y + z + 1 = 0, \\ y + 2z - 2 = 0 \end{cases}$ принадлежит

плоскости ...

... $x + 3z - 1 = 0$.

6-а.14. Прямая $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{l}$ будет

перпендикулярна прямой $\begin{cases} x = t, \\ y = 1, \\ z = 3t + 1 \end{cases}$ при ...

... $l = -1$.

6-а.15. Прямые $\begin{cases} x = t - 1, \\ y = t + 2, \\ z = -2t - 1 \end{cases}$ и

$\frac{x-2}{0} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{-1}$...

... пересекаются.

6-а.16. Прямая $\begin{cases} x = t - 3, \\ y = 2t + 1, \\ z = nt - 1 \end{cases}$ перпендикулярна плоскости

$2x + Ay - 6z + 5 = 0$ при ...

... $A = 4, n = -3$.

6-а.17. Расстояние от точки $M(0, 0, 1)$ до прямой

$\begin{cases} x - y - 4 = 0, \\ z = 0 \end{cases}$ равно ...

... 3.

6-а.18. Параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M(1, 1, -3)$ перпендикулярно плоскости

$3x - 5y + 2 = 0$, имеют вид ...

... $x = 1 + 3t, y = 1 - 5t, z = -3$.

6-а.19. Прямая $x = 2 + pt, y = 1, z = 3 + 2t$

параллельна плоскости $3x + 4y - 6z - 3 = 0$ при ...

... $p = 4$.

6-а.20. Прямая $\begin{cases} 3x - y + 2z - 6 = 0, \\ x + 4y - z + D = 0 \end{cases}$ пересекает ось

Oy при ...

... $D = 24$.

VIII. Поверхности второго порядка

8.1. При каком значении параметра a эллипсоид

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$ будет поверхностью вращения вокруг оси Oy ?

При $a = 3$.

8.2. Определите тип поверхности второго порядка, заданной

уравнением $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Двуполостный гиперболоид.

8.3. Определите тип поверхности, заданной уравнением

$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} + 2z = 0$.

Гиперболический параболоид

8.4. Определите тип поверхности второго порядка, заданной уравнением

$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{c^2} = -1$.

Однополостный гиперболоид.

8.5. Какую поверхность определяет уравнение

$x^2 + y^2 + 4z^2 = 1$?

Эллипсоид вращения вокруг оси Oz .

8.6. Какую поверхность определяет уравнение

$x^2 + y^2 - z^2 = 1$?

Однополостный гиперболоид.

8.7. Какую поверхность определяет уравнение

$x^2 - y^2 - z^2 = 4$?

Двуполостный гиперболоид.

8.8. Какую поверхность определяет уравнение

$x^2 - y^2 - z^2 = 0$?

Конус второго порядка.

8.9. Какую поверхность определяет уравнение

$x^2 + 2y^2 - z = 0$?

Эллиптический параболоид.

8.10. Какое из приведенных ниже уравнений определяет цилиндрическую поверхность с образующей, параллельной оси Oy ?

$xz - 2x^2 + z^2 - 3x = 1$.

8.11. Какая поверхность определена уравнением

$x^2 - (y - z)^2 = 0$?

Пара плоскостей.

8.12. Что служит геометрическим образом уравнения

$x^2 + (y - z)^2 = 0$?

Прямая.

8.13. Что служит геометрическим образом уравнения

$x^2 + (y - z)^2 + 1 = 0$?

Это уравнение не определяет никаких действительных геометрических образов.

8.14. При каком значении параметра a гиперболоид

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$ будет поверхностью вращения вокруг оси Oy ?

Ни при каких a .

8.15. При каком значении параметра a уравнение

$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + az^2 = 1$ определяет однополостный гиперболоид?

При отрицательных a .

8.16. При каком значении параметра a уравнение

$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + az^2 = 1$ определяет двуполостный гиперболоид?

Ни при каких a .

8.17. Какую поверхность определяет уравнение

$y^2 + x - 1 = 0$?

Параболический цилиндр.

8.18. Какую поверхность определяет уравнение

$y^2 + x^2 - 2z - 1 = 0$?

Параболоид вращения.

8.19. Какую поверхность определяет уравнение

$y^2 + 2x^2 - 3z^2 = 0$?

Конус второго порядка.

8.20. Какую поверхность определяет уравнение

$5y^2 + 2x^2 - 3z^2 - 12 = 0$?

Однополостный гиперболоид.

8.21. Какую поверхность определяет уравнение

$x^2 - 6y^2 + 3z^2 + 8x + 12y + 1 = 0$?

Однополостный гиперболоид.

8.22. Какую поверхность определяет уравнение $x^2 + 6y^2 + 3z^2 + 8x + 12y + 1 = 0$?

Трехосный эллипсоид.

8.23. Какую поверхность определяет уравнение $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 6x + 12y + 1 = 0$?

Трехосный эллипсоид.

8.24. Установите, что плоскость $X = 2$ пересекает эллипсоид $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} + \frac{z^2}{4} = 1$ по эллипсу. Найдите его полуоси.

Полуоси равны 3 и $\sqrt{3}$.

8.25. Составить уравнение поверхности, полученной

вращением параболы $\begin{cases} y = x^2, \\ z = 0 \end{cases}$ вокруг оси Oy .

$$y = x^2 + z^2.$$

VIII-а. Поверхности второго порядка

8-а.1. Наименьшая ось трехосного эллипсоида $6x^2 + 3y^2 + 2z^2 - 6y - 3 = 0$ равна ...

... 2.

8-а.2. Наибольшая ось трехосного эллипсоида $8x^2 + 4y^2 + 2z^2 - 16x + 8y + 4 = 0$ равна ...

... 4.

8-а.3. Сечения поверхности $x^2 + 2y^2 - z^2 = -1$ плоскостями, перпендикулярными оси ординат, являются ...

... гиперболами.

8-а.4. Сечения поверхности $x^2 + 2y^2 - z^2 = 1$ плоскостями, перпендикулярными оси аппликат, являются ...

... эллипсами.

8-а.5. Сечения поверхности $x^2 - y^2 = 1$ плоскостями, перпендикулярными оси ординат, являются ...

... прямыми.

8-а.6. Сечения поверхности $y^2 + z^2 = x^2 + x$ плоскостями, перпендикулярными оси абсцисс, являются ...

... окружностями.

8-а.7. Сечения поверхности $x^2 + 2y^2 - z = -1$ плоскостями, параллельными оси аппликат, являются ...

... параболоми.

8-а.8. Установите соответствие между уравнениями и названиями геометрических образов этих уравнений:

1) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} + 2z = 0$

2) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{5} = -1$

3) $x^2 + y^2 + 4z^2 = 1$

4) $x^2 - y^2 - z^2 = 4$

- 1) Гиперболический параболоид
- 2) Однополостный гиперболоид
- 3) Эллипсоид вращения
- 4) Двуполостный гиперболоид

8-а.9. Установите соответствие между уравнениями и названиями геометрических образов этих уравнений:

1) $x^2 - y^2 - z^2 = 0$

2) $x^2 + 2y^2 - z = 0$

3) $x^2 - (y - z)^2 = 0$

4) $x^2 + (y - z)^2 + 1 = 0$

- 1) Конус
- 2) Эллиптический параболоид
- 3) Пара плоскостей
- 4) Уравнение не определяет никаких действительных геометрических образов

8-а.10. Установите соответствие между уравнениями и названиями геометрических образов этих уравнений:

1) $x^2 + (y - z)^2 = 0$

2) $y^2 + x - 1 = 0$

3) $y^2 + x^2 - 2z - 1 = 0$

4) $y^2 + 2x^2 - 3z^2 = 0$

- 1) Прямая
- 2) Параболический цилиндр
- 3) Параболоид вращения
- 4) Конус

8-а.11. Установите соответствие между уравнениями и названиями геометрических образов этих уравнений:

1) $5y^2 + 2x^2 - 3z^2 - 12 = 0$

2) $x^2 + 6y^2 + 3z^2 + 8x + 12y + 1 = 0$

3) $x^2 - 3z^2 + 4x + 12y + 1 = 0$

4) $x^2 + 2y^2 + z^2 - 2z + 1 = 0$

- 1) Однополостный гиперболоид
- 2) Трехосный эллипсоид
- 3) Гиперболический параболоид
- 4) Точка

8-а.12. Установите соответствие между уравнениями и названиями геометрических образов этих уравнений:

- 1) $z = x^2 + y^2 - 4x + 2y$
- 2) $z = 4x^2 + 9y^2 - 4x - 6y + 3$
- 3) $(x - y + 1)^2 - (z + 2)^2 = 0$
- 4) $x^2 + 4y^2 - 6x + 16y + 9 = 0$

- 1) Параболоид вращения
- 2) Эллиптический параболоид
- 3) Пара плоскостей
- 4) Эллиптический цилиндр

8-а.13. Установите соответствие между уравнениями и названиями геометрических образов этих уравнений:

- 1) $y^2 + z^2 - x^2 + 6y - 4 = 0$
- 2) $y^2 - 4x - 6y + 17 = 0$
- 3) $x^2 + 4y^2 - 2x - z = 0$
- 4) $3z^2 + 9y^2 + x^2 + 2x + 1 = 0$

- 1) Однополостный гиперболоид
- 2) Параболический цилиндр
- 3) Эллиптический параболоид
- 4) Точка

8-а.14. Установите соответствие между уравнениями и названиями геометрических образов этих уравнений:

- 1) $x^2 + y^2 - 2z^2 + 4z - 2 = 0$
- 2) $x^2 + y^2 - z^2 - 2x - 4y + 2z + 5 = 0$
- 3) $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 6x + 36z - 99 = 0$
- 4) $x^2 + (z - y - 2)^2 = 0$

- 1) Конус второго порядка
- 2) Двуполостный гиперболоид
- 3) Трехосный эллипсоид
- 4) Прямая

8-а.15. Установите соответствие между уравнениями и названиями геометрических образов этих уравнений:

- 1) $3x^2 + 4y^2 + 6z^2 + 12z + 7 = 0$
- 2) $2x^2 - 6y^2 + 3z^2 + 12z + 12 = 0$
- 3) $4x^2 - y^2 - 8x - 4y - 4z + 12 = 0$
- 4) $4y^2 + z^2 - 4x - 8y - 8 = 0$

- 1) Уравнение не определяет никаких действительных геометрических образов
- 2) Конус второго порядка
- 3) Гиперболический параболоид
- 4) Эллиптический параболоид

8-а.16. Плоскость $y = -1$ пересекает поверхность

$x^2 + 2y^2 + 4z^2 + 6y = 0$ по эллипсу с полуосями ...

... 1 и 2.

8-а.17. Уравнение поверхности, полученной вращением

гиперболы $\begin{cases} x^2 - y^2 = 1, \\ z = 0 \end{cases}$ вокруг оси Oy , имеет вид ...

... $x^2 - y^2 + z^2 = 1$.

8-а.18. Уравнение поверхности, полученной вращением

гиперболы $\begin{cases} x^2 - y^2 = 1, \\ z = 0 \end{cases}$ вокруг оси Ox , имеет вид ...

... $x^2 - y^2 - z^2 = 1$

8-а.19. Установите, что плоскость $z = 1$ пересекает

поверхность $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} + \frac{z^2}{4} = 1$ по эллипсу. Его полуоси равны ...

... 3 и $2\sqrt{3}$.

8-а.20. Уравнение цилиндрической поверхности с образующей, параллельной оси Ox , — это...

... $yz - 2y^2 + z^2 - 3y = 1$.

IX. Линейные пространства

9.1. Матрицей перехода от базиса (e_1, e_2, e_3) к базису

$$(f_1, f_2, f_3), \text{ где } \begin{cases} f_1 = 2e_1 + e_2 + e_3, \\ f_2 = e_1 + 2e_2 + e_3 \\ f_3 = e_1 + 2e_2 + 3e_3, \end{cases} \text{ является...}$$

$$\dots \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

9.2. Матрица перехода от одного базиса к другому всегда является...

... невырожденной.

9.3. В линейном пространстве векторов, параллельных данной плоскости, базисом являются ...

... любые два неколлинеарных вектора, параллельных данной плоскости.

9.4. Все функции, определенные на всей числовой прямой и удовлетворяющие условию $f(1) = a$, ...

... образуют линейное пространство, если $a = 0$, а операции суммы и умножения на число определены стандартным способом.

9.5. Вектор $\{-1, 0, 1\}$...

... невозможно представить в виде линейной комбинации векторов $\{2, 1, 0\}$ и $\{1, 0, 1\}$.

9.6. Матрицы вида $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$ (операции сложения и умножения на число определены стандартным образом)...

... образуют линейное пространство размерности 1.

9.7. Матрицы вида $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 1-a \end{pmatrix}$ (операции сложения и умножения на число определены стандартным образом)...

... не образуют линейного пространства.

9.8. Матрицы вида $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, где числа a, b, c и d

удовлетворяют условиям $a + b + c = 0$, $a + b - c = 0$, а операции сложения и умножения на число определены стандартным образом, ...

... образуют линейное пространство размерности 2.

9.9. Векторы $\{1, -3, 5\}, \{2, 2, 4\}, \{2, -2, 7\}$...

... являются линейно-зависимыми.

9.10. Разложение вектора $\vec{x} = \{1, -2, 5\}$ по базису

$\vec{a} = \{1, 1, 1\}, \vec{b} = \{1, 2, 3\}, \vec{c} = \{2, -1, 1\}$ имеет вид $\vec{x} = \alpha \cdot \vec{a} + \beta \cdot \vec{b} + \gamma \cdot \vec{c}$, где...

... $\alpha = -6$.

9.11. Функции $1 + x + px^2, -1 + 2x, 1 + 2x^2$ будут линейно зависимыми при...

... $p = 3$.

9.12. Функции $\sin x + \cos x, p \sin x - \cos x + 1, \cos x$ будут линейно-независимыми при...

... любом значении p .

9.13. Базисом линейного пространства решений однородной

системы $\begin{cases} x_1 + x_2 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$ является...

$$\dots \text{вектор } \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

9.14. Векторы $(1, 0, 1, 2), (0, 1, 1, 2)$ и $(1, 1, 1, 3)$

... являются линейно-независимыми.

9.15. Проверьте, что множество функций вида

$p(x) = ax^2 + bx + c$ (квадратные трехчлены) таких, что $p(1) = 0$, образует линейное пространство. Базисом в этом пространстве является...

... $p_1(x) = x^2 - 1, p_2(x) = x - 1$.

9.16. Базисом линейного пространства решений однородной

системы $\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 - 8x_2 + 6x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$ является...

$$\dots \text{векторы } \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9.17. Матрица линейного оператора, переводящего любой вектор $\{x, y, z\}$ в вектор $\{x, x + y, x + y + z\}$, записанная в стандартном базисе $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, имеет вид...

$$\dots \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

9.18. Матрица дифференцирования многочленов не выше второго порядка в базисе $(1 + x, x + x^2, x^2)$ имеет вид...

$$\dots \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

9.19. Матрица линейного оператора, отображающего все геометрические векторы пространства в векторы, параллельные некоторой плоскости, является...

...вырожденной.

9.20. Известно, что линейный оператор переводит вектор $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ в вектор $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, а вектор $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ — в вектор $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Матрица этого оператора, записанная в базисе $e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,

$e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, имеет вид...

$$\dots \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

9.21. Матрица оператора симметрии относительно плоскости xOz , записанная в базисе $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, имеет вид...

$$\dots \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

9.22. Матрица оператора ортогонального проектирования на плоскость xOy , записанная в базисе $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, имеет вид...

$$\dots \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

9.23. Матрица некоторого оператора, записанная в базисе $\vec{i}, \vec{j}$, имеет вид $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Этот оператор является...

...оператором симметрии относительно оси Oy .

9.24. Множество всех матриц размера 2×2 , для которых операции сложения и умножения на число определены стандартным образом, ...

...является линейным пространством размерности 4.

9.25. Линейной комбинацией векторов $\{-1, 2, 0\}$ и $\{0, 1, 2\}$ является вектор...

... $\{-1, 2, 0\}$.

9.26. Известно, что линейный оператор переводит вектор $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ в вектор $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, а вектор $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ — в вектор $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Тогда вектор $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ переходит в вектор...

$$\dots \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

9.27. Известно, что линейный оператор T переводит вектор $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ в вектор $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, а вектор $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ — в вектор $\begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Тогда вектор $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ переходит в вектор...

$$\dots \begin{pmatrix} -11 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

9.28. Размерность линейного пространства симметричных матриц 3×3 ...

...равна 6.

IX-а. Линейные пространства

9-а.1. Матрицей перехода от базиса (e_1, e_2, e_3) к базису

$$(f_1, f_2, f_3), \text{ где } \begin{cases} f_1 = -e_1 + 2e_2 + e_3, \\ f_2 = e_1 + 3e_2 \\ f_3 = -2e_1 - 4e_2 + e_3, \end{cases} \text{ является}$$

...

$$\# \dots \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & -4 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

9-а.2. Размерность линейного пространства — это ...

... максимальное количество линейно-независимых элементов этого пространства.

9-а.3. В линейном пространстве геометрических векторов, перпендикулярных некоторой заданной прямой, базисом являются ...

... любые два неколлинеарных вектора, перпендикулярных данной прямой.

9-а.4. Векторы вида $\{a, b, c^2\}$, где a, b, c — произвольные действительные числа, ...

... не образуют линейного пространства.

9-а.5. Вектор $\{2, 1, 1\}$...

... можно представить в виде линейной комбинации векторов $\{2, 1, 0\}$ и $\{2, 1, 2\}$.

9-а.6. Функции $\sin x + p \cos x$, $\sin x - \cos x + 1$, $2 \cos x + p$ будут линейно-зависимыми при...

... ни при каком значении p .

9-а.7. Координаты вектора $\{3, 2\}$ в базисе (e_1, e_2) , где

$e_1 = \{2, -1\}$ и $e_2 = \{1, -1\}$, равны ...

... 5 и -7 .

9-а.8. Функции $1 + x + x^2$, $-1 + px$, $1 + 2x^2$ будут линейно зависимыми при...

... $p = -2$.

... ни при каком значении p .

9-а.9. Функции e^x , $e^x - e^{2x} + e^{3x}$, $2e^{2x} + pe^x$ будут линейно-независимыми при ...

... любом значении p .

9-а.10. Матрица линейного оператора, переводящего любой вектор $\{x, y, z\}$ в вектор $\{x, x - y, x - y + z\}$,

записанная в стандартном базисе $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, имеет вид...

$$\# \dots \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

9-а.11. Матрица оператора дифференцирования в пространстве функций вида $ae^x + be^{2x}$ в базисе (e^x, e^{2x}) имеет вид...

$$\# \dots \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

9-а.12. Матрица оператора симметрии относительно прямой $x + y = 0$ в пространстве геометрических векторов

плоскости с базисом $(\vec{i}, \vec{j})$ имеет вид...

$$\# \dots \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

9-а.13. Собственными значениями матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

являются числа ...

... 5 и -2 .

9-а.14. Собственный вектор $\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

отвечает собственному значению, равному ...

... -2 .

9-а.15. Собственными векторами матрицы $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

являются ...

$$\# \dots \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

9-а.16. Матрица некоторого оператора, записанная в базисе $\vec{i}, \vec{j}$,

имеет вид $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Этот оператор является...

... оператором симметрии относительно прямой $y = x$

9-а.17. Известно, что линейный оператор переводит вектор

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ в вектор } \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ а вектор } \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ — в вектор } \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Тогда вектор $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ переходит в вектор...

$$\# \dots \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

9-а.18. Матрица оператора, вычисляющего производную

второго порядка функций вида $a \sin x + b \cos x$, в базисе

$\{\cos x, \sin x\}$ имеет вид ...

$$\# \dots \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

9-а.19. Базисом линейного пространства решений системы

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 0, \\ x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - x_4 = 0 \end{cases} \text{ является ...}$$

...вектор $(1, 2, -2, 1)$.

9-а.20. Размерность линейного пространства решений системы

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 = 0 \end{cases} \text{ равна ...}$$

... 2.