

IV. Векторная алгебра

4.1. Найдите расстояние между точками $A(0, -1, 2)$ и $B(2, 1, 1)$.

3

2

$\sqrt{7}$

$\sqrt{10}$

4

4.2. Найдите координаты середины отрезка AB , где $A(1, -2, -4)$, $B(3, 2, 2)$.

$(2, 0, -1)$

$(2, 0, 1)$

$(1, 2, 3)$

$(-1, -2, -3)$

$(-1, -1, -2)$

4.3. Найдите направляющие косинусы вектора $\vec{a} = \{-1, 2, -2\}$.

$\cos \varphi_1 = -1/3, \cos \varphi_2 = 2/3, \cos \varphi_3 = -2/3.$

$\cos \varphi_1 = 1/3, \cos \varphi_2 = 2/3, \cos \varphi_3 = 2/3.$

$\cos \varphi_1 = \sqrt{3}/2, \cos \varphi_2 = -1/2, \cos \varphi_3 = -\sqrt{3}/2.$

$\cos \varphi_1 = 1/3, \cos \varphi_2 = -2/3, \cos \varphi_3 = 2/3.$

$\cos \varphi_1 = -1/3, \cos \varphi_2 = -2/3, \cos \varphi_3 = 2/3.$

4.4. Найдите углы наклона вектора $\vec{a} = \{1, -1, \sqrt{2}\}$ к осям координат.

$\varphi_1 = \pi/3, \varphi_2 = 2\pi/3, \varphi_3 = \pi/4.$

$\varphi_1 = 2\pi/3, \varphi_2 = -2\pi/3, \varphi_3 = 3\pi/4.$

$\varphi_1 = \pi/3, \varphi_2 = -\pi/3, \varphi_3 = \pi/4.$

$\varphi_1 = \pi/3, \varphi_2 = 2\pi/3, \varphi_3 = 3\pi/4.$

$\varphi_1 = 2\pi/3, \varphi_2 = 2\pi/3, \varphi_3 = 3\pi/4.$

4.5. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если известно, что $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, а скалярное произведение $(\vec{a} - \vec{b}, \vec{a} + 2\vec{b}) = 1$.

15
12
-15
-1
0

4.6. В каком случае скалярное произведение двух векторов отрицательно?

Если угол между ними тупой.
Если векторы взаимно перпендикулярны.
Если векторы одинаково направлены.
Если угол между ними острый.
Если векторы противоположно направлены.

4.7. Может ли скалярное произведение быть больше произведения длин векторов-сомножителей?

Нет, не может.
Может, если угол между ними равен 180° .
Может, если угол между ними равен нулю.
Может, если угол между ними тупой.
Может, если векторы перпендикулярны.

4.8. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a} = \{-1, 1, 1\}$ и $\vec{b} = \{2, 1, -1\}$.

$-\sqrt{2}/3$
 $-\sqrt{3}/2$
 $\sqrt{2}/3$
 $\sqrt{2}/2$
 $-\sqrt{2}/2$

4.9. Найдите проекцию вектора $\vec{a} = \{-2, 1, 0\}$ на направление вектора $\vec{b} = \{2, 1, -2\}$.

-1

1
 $\sqrt{3}$
3
-3

4.10. При каком значении α векторы $\vec{a} = \{2, 1, \alpha\}$ и $\vec{b} = \{2, -6, -2\}$ ортогональны?

При $\alpha = -1$.

При $\alpha = 1$.

При $\alpha = -1/2$.

При $\alpha = 1/2$.

При $\alpha = 0$.

4.11. При каких значениях α и β векторы $\vec{a} = \{2, 1, \alpha\}$ и $\vec{b} = \{\beta, -6, -2\}$ будут коллинеарными?

При $\alpha = 1/3, \beta = -12$.

При $\alpha = -1/3, \beta = -12$.

При $\alpha = 1/3, \beta = 12$.

При $\alpha = -1/3, \beta = 12$.

Ни при каких.

4.12. Выясните, является тройка $\vec{a} = \{1, 1, 1\}$, $\vec{b} = \{1, 0, -2\}$ и $\vec{c} = \{0, 1, -1\}$ правой или левой.

Правой.

Левой.

Ни правой, ни левой, так как векторы компланарны.

Ни правой, ни левой, так как векторы коллинеарны.

4.13. Найдите длину векторного произведения $[\vec{a}, \vec{b}]$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$ и их скалярное произведение равно $(\vec{a}, \vec{b}) = 0$.

6
12
2
3
4

4.14. Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = \{1, 1, 1\}$ и $\vec{b} = \{1, 0, -2\}$.

$\sqrt{14}$
1
3
 $2\sqrt{3}$
11

4.15. При каком μ векторы $\vec{a} = \{1, 0, 0\}$, $\vec{b} = \{1, 1, -2\}$, $\vec{c} = \{1, \mu, 4\}$ будут компланарными.

При $\mu = -2$.
При $\mu = 2$.
При $\mu = -4$.
При $\mu = 1$.
Ни при каком.

4.16. Найдите смешанное произведение $\vec{a} \vec{b} \vec{c}$ векторов $\vec{a} = \{1, 0, 0\}$, $\vec{b} = \{1, 1, -2\}$, $\vec{c} = \{0, 1, -1\}$.

1
0
-1
2
-2

4.17. Найдите объем треугольной пирамиды, построенной на векторах $\vec{a} = \{-3, 0, 0\}$, $\vec{b} = \{1, 1, -2\}$, $\vec{c} = \{0, 2, -2\}$.

- 1
- 2
- 3
- 6
- 12

4.18. Найдите вектор, перпендикулярный векторам $\vec{a} = \{1, -2, 0\}$ и $\vec{b} = \{1, 3, -2\}$, составляющий тупой угол с осью ординат и такой, что его длина равна $\sqrt{5}$.

- $\{-4/3, -2/3, -5/3\}$
- $\{4/3, -2/3, 5/3\}$
- $\{-4, -2, -5\}$
- $\{-12, -6, -15\}$
- $\{12, -6, 15\}$

4.19. Найдите координаты вектора $\overline{M_1M_2}$, где $M_1(2, 0, -1)$, $M_2(3, 4, -5)$.

- $\{1, 4, -4\}$
- $\{-1, -4, 4\}$
- $\{5/2, 2, -3\}$
- $\{5, 4, -6\}$
- $\{1, -4, -4\}$

4.20. При каком k векторы $\{1, k, -3\}$ и $\{2, -5, 4\}$ перпендикулярны?

- При $k = -2$.
- При $k = 2$.
- При $k = 1$.
- При $k = 0$.
- Ни при каком.

4.21. Вычислите векторное произведение $[\vec{a}, \vec{b}]$, если $\vec{a} = \{4, 3, 6\}$ и $\vec{b} = \{2, 5, -3\}$.

$\{-39, 24, 14\}$.

$\{-39, -24, 14\}$.

$\{39, 24, 14\}$.

$\{-39, -24, -14\}$.

$\{39, -24, 14\}$.

4.22. Даны векторы $\vec{a} = \{3, 2, 1\}$, $\vec{b} = \{5, -3, 4\}$ и $\vec{c} = \{1, 6, -7\}$. Вычислите скалярное произведение $(\vec{a} + \vec{b})\vec{c}$.

-33

33

13

13

-31

4.23. Какой из приведенных ниже векторов ортогонален векторам $\vec{a} = \{1, 3, 4\}$ и $\vec{b} = \{2, -6, -5\}$?

$\{9, 13, -12\}$.

$\{-9, -13, -12\}$.

$\{9, -13, 12\}$.

$\{-9, 13, -12\}$.

$\{9, 13, 12\}$.

4.24. Вычислите углы треугольника ABC с вершинами $A(-3, 5, 6)$, $B(-2, 7, 9)$ и $C(2, 1, 7)$.

$\angle A = 90^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 30^\circ$.

$\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 90^\circ$.

$\angle A = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 60^\circ$.

$\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 60^\circ$.

$\angle A = 90^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 45^\circ$.

4.25. Упростите векторное произведение $\begin{bmatrix} \vec{a} + \vec{b}, \vec{a} - \vec{b} \end{bmatrix}$.

$$2 \begin{bmatrix} \vec{b}, \vec{a} \end{bmatrix} \\ 2 \begin{bmatrix} \vec{a}, \vec{b} \end{bmatrix} \\ \vec{a} - \vec{b} \\ \begin{bmatrix} \vec{a}, \vec{a} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \vec{b}, \vec{b} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \vec{a}, \vec{b} \end{bmatrix}$$

4.26. Вектор $\vec{x}$, удовлетворяющий уравнению $\vec{x} + (\vec{x}, \vec{i})\vec{i} = \vec{j}$, равен...

- ... $\{0, 1, 0\}$.
- ... $\{0, -1, 0\}$.
- ... $\{1, 1, 0\}$.
- ... $\{-1, 1, 0\}$.
- ... $\{0, -1, 1\}$.

4.27. Вектор $\vec{x}$, удовлетворяющий уравнению $\vec{x} + [\vec{x}, \vec{i}] = \vec{j}$, равен...

- ... $\frac{1}{2}(\vec{j} + \vec{k})$.
- ... $\frac{1}{2}(\vec{i} - \vec{j})$.
- ... $(\vec{i} + \vec{j})$.
- ... $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.
- ... $\vec{j} - \vec{k}$.

4.28. Длина векторного произведения векторов $\vec{a} = \{0, 1, 2\}$ и $\vec{b} = \{-1, 1, 0\}$ равна...

- ...3.
- ...1.
- ... $\sqrt{10}$.
- ...2.
- ...10.

IV-а. Векторная алгебра

4-а.1. Скалярное произведение векторов равно произведению длин векторов-суммножителей, если ...

- ... векторы коллинеарны.
- ... векторы ортогональны.
- # ... угол между векторами равен нулю.
- ... угол между векторами равен 180^0 .
- ... хотя бы один из векторов ненулевой.

4-а.2. Векторы $\vec{a} - \vec{b}$ и $\vec{a} + \vec{b}$ перпендикулярны тогда и только тогда, когда ...

- ... вектор $\vec{a}$ перпендикулярен вектору $\vec{b}$.
- # ... длины векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равны.
- ... один из векторов является нулевым.
- ... векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны.
- ... ни один из векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ не является нулевым.

4-а.3. Пусть $\vec{a} = \{x, 2, -1\}$ и $\vec{b} = \{-1, 3, 1\}$. Скалярное произведение $(\vec{a}, \vec{b}) = -2$. Тогда ...

- # ... $x = 7$.
- ... $x = -7$.
- ... $x = 6$.
- ... $x = -6$.
- ... $x = -5$.

4-а.4. Даны точки $A(1, 2, -1)$ и $B(-2, 4, 0)$. Тогда координаты вектора $2\vec{AB}$ составляют ...

- ... $\{-6, 3, 1\}$.
- ... $\{6, -3, 1\}$.
- ... $\{-6, 4, -2\}$.
- ... $\{-6, 3, 2\}$.
- # ... $\{-6, 4, 2\}$.

4-а.5. Направляющие косинусы вектора $\vec{a} = \{-2, 3, 6\}$ равны ...

- ... $\cos \varphi_1 = 2/7$, $\cos \varphi_2 = -3/7$, $\cos \varphi_3 = -6/7$.
- $\cos \varphi_1 = 1/3$, $\cos \varphi_2 = 2/3$, $\cos \varphi_3 = 2/3$.
- $\cos \varphi_1 = \sqrt{3}/2$, $\cos \varphi_2 = -1/2$, $\cos \varphi_3 = -\sqrt{3}/2$.
- # ... $\cos \varphi_1 = -2/7$, $\cos \varphi_2 = 3/7$, $\cos \varphi_3 = 6/7$.

$$\cos \varphi_1 = -1/3, \cos \varphi_2 = -2/3, \cos \varphi_3 = 2/3.$$

4-а.6. Известно, что $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, а скалярное произведение $(\vec{a} + 3\vec{b}, \vec{a} - 2\vec{b}) = 1$. Тогда скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равно ...

- ... 2.
- # ... 3.
- ... -1.
- ... 1
- ... -3.

4-а.7. Скалярное произведение двух ненулевых векторов равно нулю, если ...

- ... если угол между векторами тупой.
- # ... если векторы взаимно перпендикулярны.
- ... если векторы одинаково направлены.
- ... если угол между векторами острый.
- ... если векторы противоположно направлены.

4-а.8. Косинус угла между векторами $\vec{a} = \{3, -2, 6\}$ и $\vec{b} = \{-1, -2, 2\}$ равен ...

- ... $\frac{12}{13}$.
- ... $\frac{12}{21}$.
- # ... $\frac{13}{21}$.
- ... $\frac{16}{21}$.
- ... $\frac{3}{7}$.

4-а.9. Проекция вектора $\vec{a} = \{-7, 0, 14\}$ на направление вектора $\vec{b} = \{-2, 6, 3\}$ равна ...

- ... 7.
- ... -7.
- ... $\frac{8\sqrt{5}}{5}$.
- ... $8\sqrt{5}$.
- # ... 8.

4-а-.10. Пусть $\vec{a} = \{3, 2, 1\}$ и $\vec{b} = \{-2, 4, -3\}$. Тогда вектор $2\vec{a} - 3\vec{b}$ имеет координаты ...

... $\{12, -8, 11\}$.

... $\{-12, -8, 11\}$.

... $\{12, 8, -11\}$.

... $\{12, -8, -11\}$.

... $\{12, 8, 11\}$.

4-а.11. Векторное произведение $[\vec{a}, \vec{b}]$ — это ...

... площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

... площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

... произведение длин векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ на косинус угла между ними.

... вектор, перпендикулярный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

... произведение длин векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ на синус угла между ними.

4-а.12. В результате упрощения векторного произведения $[\vec{a} + 5\vec{b}, -2\vec{a} + 3\vec{b}]$ получим ...

... $-13[\vec{a}, \vec{b}]$.

... $13[\vec{a}, \vec{b}]$.

... $-7[\vec{b}, \vec{a}]$.

... $-2\vec{a}^2 + 7\vec{a}\vec{b} + 15\vec{b}^2$.

... $-2\vec{a}^2 + 7\vec{b}\vec{a} + 15\vec{b}^2$.

4-а.13. Векторы $\vec{a} = \{2, \mu, -2\}$, $\vec{b} = \{1, 1, \mu\}$ будут коллинеарны ...

... при $\mu = -2$.

... при $\mu = 2$.

... при $\mu = -1$.

... при $\mu = 1$.

... ни при каком μ .

4-а.14. При перестановке сомножителей в векторном произведении ...

... оно не меняется.

... оно обращается в ноль.

... оно меняет знак.

... получается вектор, ортогональный первоначальному произведению.

4-а.15. Площадь треугольника ABC равна 3. Тогда длина векторного произведения $[\vec{AB}, \vec{CA}]$ равна ...

... 6.

... 3.

... 9.

... $\frac{3}{2}$.

... $\frac{9}{2}$.

4-а.16. Пусть $|\vec{a}|=12$, $|\vec{b}|=5$, их скалярное произведение $(\vec{a}, \vec{b}) = -36$. Тогда длина векторного произведения $|\vec{a} \times \vec{b}|$ равна ...

... 60.

... 48.

... 24.

... 36.

... 12.

4-а.17. Векторы $\vec{a} = \{-3, 4, \alpha\}$ и $\vec{b} = \{2, -3, 3\}$ ортогональны при ...

... $\alpha = 2$.

... $\alpha = 3$.

... $\alpha = -3$.

... $\alpha = -6$.

... $\alpha = 6$.

4-а.18. Смешанное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b} \times \vec{c}$ трех взаимно перпендикулярных векторов ...

... равно нулю.

... равно произведению длин векторов-сомножителей.

... равно произведению длин векторов-сомножителей, если тройка $\vec{b}, \vec{a}, \vec{c}$ является левой.

... равно произведению длин векторов-сомножителей, если тройка $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ является левой.

... равно произведению длин векторов-сомножителей, если тройка $\vec{b}, \vec{a}, \vec{c}$ является правой.

4-а.19. Объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} = \{-3, 0, 0\}$, $\vec{b} = \{1, 1, -2\}$, $\vec{c} = \{0, 2, -2\}$, равен ...

- ... 1.
- ... 2.
- ... 3.
- # ... 6.
- ... 12.

4-а.20. Даны векторы $\vec{a} = \{3, 2, 1\}$, $\vec{b} = \{5, -3, 4\}$ и $\vec{c} = \{1, 6, -7\}$. Тогда векторное произведение $[\vec{a} + 2\vec{b}, \vec{c}]$ равно ...

- ... $\{-26, -100, 82\}$.
- ... $\{26, 100, -82\}$.
- # ... $\{-26, 100, 82\}$.
- ... $\{26, -100, 82\}$.
- ... $\{-26, -100, -82\}$.

4-а.21. Длина векторного произведения векторов $\vec{a} = \{-1, 2, 1\}$ и $\vec{b} = \{-3, 1, 0\}$ равна ...

- ... 3.
- # ... $\sqrt{35}$.
- ... $\sqrt{60}$.
- ... 5.
- ... $\sqrt{30}$.

4-а.22. Смешанное произведение векторов $\vec{a} = \{3, 1, 1\}$, $\vec{b} = \{0, -3, 0\}$ и $\vec{c} = \{1, 2, -4\}$ равно ...

- # ... 39.
- ... -33.
- ... 33.
- ... -39.
- ... 13.

4-а.23. Вектор $\vec{x}$, удовлетворяющий уравнению $\vec{x} + [\vec{x}, \vec{k}] = -\vec{i}$, равен...

- ... $\frac{1}{2}(\vec{j} + \vec{k})$.

$$\dots \frac{1}{2}(\overset{r}{i} - \overset{r}{j}).$$

$$\# \dots -\frac{1}{2}(\overset{r}{i} + \overset{r}{j}).$$

$$\dots \overset{i}{i} + \overset{j}{j} + \overset{k}{k}.$$

$$\dots \overset{j}{j} - \overset{k}{k}.$$

4-а.24. Векторы $\{-2k + 21, k, -3\}$ и $\{2, -5, 4k\}$ перпендикулярны ...

... при $k = 2$.

... при $k = -2$.

... при $k = 1$.

... при $k = 0$.

...при $k = -1$.

4-а.25. Пусть скалярное произведение $(\overset{r}{a}, \overset{i}{b}) = 1$, угол между векторами $\overset{i}{a}$ и $\overset{i}{b}$ равен 60° . Тогда скалярный квадрат векторного произведения этих векторов (т.е. $[\overset{r}{a}, \overset{i}{b}]^2$) равен ...

...2.

...3.

...4.

...1.

...6.

V. Плоскость

5.1. Найдите, при каком значении A плоскость $Ax + 2y - 3z = 0$ будет перпендикулярна плоскости $x - 3y + 2z - 6 = 0$.

При $A = 12$.

При $A = -12$.

При $A = 0$.

При $A = 4$.

При $A = -6$.

5.2. Найдите, при каких A и B плоскости $4x - 10z + 5 = 0$ и $Ax + By - 5z + 1 = 0$ параллельны?

При $A = 2, B = 0$.

При $A = -2, B = 0$

При $A = -4, B = 10$

При $A = -2, B = 5$.

При $A = -2, B = -5$.

5.3. Найдите угол между плоскостью $2x - y - 2z - 5 = 0$ и координатной плоскостью Oxy .

$$\arccos \frac{2}{3}$$

$$\arccos \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\arccos \frac{1}{3}$$

$$\arccos \left(-\frac{2}{\sqrt{3}} \right)$$

$$\arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{3} \right)$$

5.4. Найдите расстояние от точки $M(0,0,1)$ до плоскости $2x - y - 2z - 5 = 0$.

$$7/3$$

$$3/2$$

$$3$$

$$2$$

$$1$$

5.5. Запишите уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(0,0,1)$, $M_2(0,1,1)$, $M_3(1,1,2)$.

$$x - z + 1 = 0$$

$$\begin{aligned}
 x &= 0 \\
 z &= 1 \\
 x - z - 1 &= 0 \\
 x + y + z - 1 &= 0
 \end{aligned}$$

5.6. Найдите плоскость, проходящую через точку $M(1,1,0)$ и прямую пересечения плоскостей $2x - y + z = 0$ и $x + y + z - 1 = 0$.

$$\begin{aligned}
 x - 2y + 1 &= 0 \\
 x + 2y - 3 &= 0 \\
 2x + y - z - 3 &= 0 \\
 x + 2y + z - 3 &= 0 \\
 x - y + z &= 0
 \end{aligned}$$

5.7. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $(6,0,2)$ параллельно плоскости $3x + 7y + 5z - 1 = 0$.

$$\begin{aligned}
 3x + 7y + 5z - 28 &= 0. \\
 3x - 7y + 5z - 1 &= 0. \\
 3x + 7y + 5z + 1 &= 0. \\
 3x + 7y - 5z - 8 &= 0. \\
 3x - 7y - 5z - 8 &= 0.
 \end{aligned}$$

5.8. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $A(3,-1,2)$ перпендикулярно прямой BC , где $B(2,1,4)$ и $C(-3,-1,7)$.

$$\begin{aligned}
 5x + 2y - 3z - 7 &= 0. \\
 5x - 2y - 3z - 11 &= 0. \\
 5x - 2y + 3z - 23 &= 0. \\
 5x + y - 3z - 8 &= 0. \\
 5x + 2y - 3z + 7 &= 0.
 \end{aligned}$$

5.9. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2,1,4)$, $B(1,-1,2)$ и $C(4,-1,1)$.

$$2x - 7y + 6z - 21 = 0.$$

$$2x + 7y + 6z - 35 = 0.$$

$$2x - 7y - 6z + 27 = 0.$$

$$2x - 7y + 6z - 3 = 0.$$

$$2x - 7y + 6z = 0.$$

5.10. Найдите угол между плоскостями $2x - 3y + 6z - 12 = 0$ и $x + 2y + 2z - 7 = 0$.

$$\arccos \frac{8}{21}$$

$$45^\circ$$

$$60^\circ$$

$$\arccos \frac{20}{21}$$

$$30^\circ$$

5.11. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $(1, -5, 2)$, если нормальный вектор этой плоскости $\vec{N} = \{3, -7, 4\}$.

$$3x - 7y + 4z - 46 = 0.$$

$$3x + 7y + 4z - 24 = 0.$$

$$3x + 7y - 4z - 40 = 0.$$

$$3x - 7y - 4z - 30 = 0.$$

$$3x - 7y + 4z - 24 = 0.$$

5.12. Плоскость $Ax + By + D = 0$ ($A \neq 0$, $B \neq 0$, $D \neq 0$) ...

... параллельна оси Oz .

... перпендикулярна оси Oz .

... проходит через ось Oz .

... параллельна плоскости xOy .

... параллельна плоскости xOz .

5.13. Плоскость $By + Cz + D = 0$ проходит через ось Ox , если...

$$\dots D = 0.$$

$$\dots B = 0.$$

$$\dots C = 0.$$

$$\dots B + C = 0.$$

Эта плоскость не может проходить через ось Ox .

5.14. Составьте уравнение плоскости, проходящей через прямую

$$\begin{cases} x + y - z = 0, \\ x - y + z - 1 = 0 \end{cases} \text{ параллельно вектору } \{1, 0, -1\}.$$

$$x - y + z - 1 = 0.$$

$$x + y + z - 1 = 0.$$

$$x + y + z = 0.$$

$$x - y + z = 0.$$

$$x - y + z + 1 = 0.$$

5.15. При каких B и D прямая $\begin{cases} x - 2y + z - 9 = 0, \\ 3x + By + z + D = 0 \end{cases}$ лежит в плоскости xOy ?

$$B = -6, D = -27.$$

$$B = 0, D = 0.$$

$$B = 3, D = -5.$$

$$B = -6, D = 18.$$

$$B = 27, D = -9.$$

5.16. Составьте уравнение плоскостей, делящих пополам двугранные углы, образованные плоскостями $x - 2y + 2z = 0$ и $2x + y - 2z - 4 = 0$.

$$3x - y - 4 = 0 \text{ и } x + 3y - 4z - 4 = 0.$$

$$x - 3y - 4 = 0 \text{ и } 3x + y - 4z - 4 = 0.$$

$$3x + y - 4 = 0 \text{ и } x - 3y - 4z - 4 = 0.$$

$$3x - y - 4 = 0 \text{ и } x + 3y - 4z + 4 = 0.$$

$$3x - y + 4 = 0 \text{ и } x + 3y - 4z - 4 = 0.$$

5.17. Найдите расстояние между плоскостями $x + 2y - 2z - 8 = 0$ и $x + 2y - 2z - 14 = 0$.

2

6

22

3

1

5.18. Найдите объем пирамиды, образованной координатными плоскостями и плоскостью $6x - 4y + 3z - 12 = 0$.

- 4
- 6
- 3
- 12
- 24

5.19. Найдите нормальный вектор плоскости, проходящей через начало координат и точки $(1,1,1)$ и $(2,-1,2)$.

- $\{1, 0, -1\}$.
- $\{1, 0, -2\}$.
- $\{1, -1, 0\}$.
- $\{2, 0, -1\}$.
- $\{1, 1, -1\}$.

5.20. Определите, как расположены точки $A(0,1,1)$ и $B(1,0,1)$ относительно плоскости $3x - y + z - 2 = 0$.

По разные стороны от плоскости, причем точка A по ту же сторону, что и начало координат.

По разные стороны от плоскости, причем точка B по ту же сторону, что и начало координат.

По одну сторону от плоскости, как и начало координат.

По одну сторону, противоположную стороне, где лежит начало координат.

Одна из этих точек лежит на указанной плоскости.

5.21. Составьте уравнение плоскости, проходящей через середину отрезка AB перпендикулярно AB , если $A(1,4,-2)$, $B(3,0,0)$.

- $x - 2y + z + 3 = 0$.
- $x + 2y + z - 3 = 0$.
- $x - 2y - z - 3 = 0$.
- $x + 2y - z + 3 = 0$.
- $x - y + z + 3 = 0$.

5.22. Установить, при каком значении A плоскость $Ax - y + z - 2 = 0$ будет параллельна плоскости $4x + 2y + 2z - 3 = 0$?

Ни при каком.

При $A = 2$.

При $A = -2$.

При $A = 1$.

При $A = 0$.

5.23. Найдите расстояние от начала координат до плоскости

$$3x - 2y + 6z - 28 = 0.$$

4

28

14

7

12

5.24. Составьте уравнение плоскости, проходящей через начало координат параллельно векторам $\{0, 1, 0\}$ и $\{1, 1, 1\}$.

$$x - z = 0.$$

$$x + y + z = 0.$$

$$x - y - z = 0.$$

$$x + y - z = 0.$$

$$x + z = 0.$$

5.25. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точки $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ параллельно вектору $\{1, 1, 1\}$.

$$x + y - 2z - 1 = 0.$$

$$x - 2y + z - 1 = 0.$$

$$2x - y - z - 2 = 0.$$

$$x + y - z - 1 = 0.$$

$$x + y + z - 1 = 0.$$

5.26. При каком значении a точки $A(2, 3, 1)$, $B(-1, 0, 2)$, $C(1, 4, -1)$ и $D(5, -2, a)$ принадлежат одной плоскости?

При $a = 28/3$.

При $a = 28$.

При $a = 6$.

При $a = -28/3$.

При $a = 55/6$.

V-а. Плоскость

5-а.1. Плоскость $Ax - y + 2z = 0$ будет перпендикулярна плоскости $x + 2y - 4z - 1 = 0$ при ...

... $A = 12$.

... $A = -12$.

... $A = 10$.

... $A = 4$.

... $A = -6$.

5-а.2. Плоскости $2x - 3z + 4 = 0$ и $Ax + By - 6z + 1 = 0$ параллельны при ...

... $A = 4, B = 0$.

... $A = -2, B = 0$.

... $A = -4, B = 10$.

... $A = -2, B = 5$.

... $A = -2, B = -5$.

5-а.3. Расстояние от точки $M(0, -1, 0)$ до плоскости $3x - 2y - 6z - 1 = 0$ равно...

... $7/3$.

... $3/2$.

... 3 .

... 1 .

... $1/7$.

5-а.4. Уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(0, 0, 1)$, $M_2(0, 1, 0)$, $M_3(1, 0, -1)$, имеет вид ...

... $x - z + 1 = 0$.

... $x = 0$.

... $z = 1$.

... $2x + y + z - 1 = 0$.

... $x + y + z - 1 = 0$.

5-а.5. Уравнение плоскости, проходящей через точку $(1, 2, 3)$ параллельно плоскости $x + 2y + 3z - 1 = 0$, имеет вид ...

... $x + 2y + 3z - 1 = 0$.

$$\begin{aligned} & \dots x + 2y + 3z - 2 = 0. \\ & \dots x + 2y + 3z - 12 = 0. \\ & \dots x + 2y + 3z - 13 = 0. \\ & \# \dots x + 2y + 3z - 14 = 0. \end{aligned}$$

5-а.6. Угол между плоскостями $-3x + 2y + 6z - 12 = 0$ и $2x - y + 2z - 1 = 0$ равен ...

$$\begin{aligned} & \# \dots \arccos \frac{4}{21}. \\ & \dots \arccos \left(-\frac{4}{21} \right). \\ & \dots 0. \\ & \dots \arccos \frac{13}{21}. \\ & \dots \arccos \frac{5}{21}. \end{aligned}$$

5-а.7. Уравнение плоскости с нормальным вектором $\vec{N} = \{-3, 7, -4\}$, проходящей через точку $(1, 1, 1)$, имеет вид ...

$$\begin{aligned} & \dots -3x + 7y - 4z + 1 = 0 \\ & \# \dots 3x - 7y + 4z = 0. \\ & \dots -3x + 7y - 4z - 1 = 0. \\ & \dots 3x + 7y + 4z = 0. \\ & \dots 3x - 7y - 4z = 0. \end{aligned}$$

5-а.8. Плоскость $Ax + By + Cz + D = 0$ проходит через ось Oy , если...

$$\begin{aligned} & \# \dots B = 0 \text{ и } D = 0. \\ & \dots B = 0. \\ & \dots D = 0. \\ & \dots B = 0 \text{ и } C = 0. \\ & \dots C = 0 \text{ и } D = 0. \end{aligned}$$

5-а.9. Уравнение плоскости, проходящей через прямую $\begin{cases} x + y = 0, \\ x - y + z = 0 \end{cases}$ параллельно вектору $\{0, 1, -1\}$, имеет вид ...

$$\dots 3x - y + z - 2 = 0.$$

- # ... $3x + y + z = 0$.
- ... $3x + y - z = 0$.
- ... $3x - y - z = 0$.
- ... $-3x + y + z + 2 = 0$.

5-а.10. Расстояние между плоскостями $x - 2y - 2z - 7 = 0$ и $2x - 4y - 4z - 1 = 0$ равно ...

- ... 8.
- ... 6.
- ... 1.
- ... $7/6$.
- # ... $13/6$.

5-а.11. Объем пирамиды, образованной координатными плоскостями и плоскостью $2x - y + 3z - 6 = 0$, равен ...

- ... 4.
- # ... 6.
- ... 3.
- ... 12.
- ... 24.

5-а.12. Точки $A(0, -2, 3)$ и $B(1, -1, 0)$ расположены относительно плоскости $x - 2y + 3z - 2 = 0$...

- ... по разные стороны, причем точка A по ту же сторону, что и начало координат.
- ... по разные стороны, причем точка B по ту же сторону, что и начало координат.
- ... по одну сторону от плоскости, как и начало координат.
- # ... по одну сторону, противоположную стороне, где лежит начало координат.
- ... так, что одна из этих точек лежит на указанной плоскости.

5-а.13. Уравнение плоскости, проходящей через начало координат параллельно векторам $\{0, 1, 1\}$ и $\{-1, 1, 1\}$, имеет вид ...

- ... $x - z = 0$.
- ... $x + y + z = 0$.
- ... $x - y - z = 0$.
- ... $x + y - z = 0$.
- # ... $y - z = 0$.

5-а.14. Уравнение плоскости, проходящей через середину отрезка AB , где $A(0,2,-5)$, $B(4,0,3)$, перпендикулярно этому отрезку, имеет вид ...

... $2x - y + 4z + 1 = 0$.

... $2x + y + 4z + 2 = 0$.

... $2x - y - 4z - 1 = 0$.

... $2x + y - 4z + 1 = 0$.

... $2x + y + 4z + 1 = 0$.

5-а.15. Уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1,-1,2)$ перпендикулярно вектору $\vec{N} = \{1,0,3\}$, имеет вид...

... $x - y + 3z - 8 = 0$.

... $x + 3z - 7 = 0$.

... $x - y + 2z - 6 = 0$.

... $x - 3z + 5 = 0$.

... $x + y + 3z - 6 = 0$.

VI. Прямая в пространстве

6.1. Какой из указанных ниже векторов является направляющим вектором прямой $\frac{x-3}{5} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{-2}$?

$\{-10,6,4\}$.

$\{5,3,2\}$.

$\{10,6,-4\}$.

$\{5,-3,2\}$.

$\{5,3,-2\}$.

6.2. Запишите канонические уравнения прямой, если ее параметрические

уравнения имеют вид
$$\begin{cases} x = 1, \\ y = -2 + t, \\ z = 3 - 2t. \end{cases}$$

$$\frac{x-1}{0} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2}.$$

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-2}.$$

$$\frac{x+1}{0} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{2}.$$

$$\frac{x+1}{0} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}.$$

$$\frac{x+1}{0} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{-2}.$$

6.3. Запишите параметрические уравнения прямой $\begin{cases} x - y = 0, \\ 2x - y - z - 1 = 0. \end{cases}$

$$x = t + 1, y = t + 1, z = t.$$

$$x = t, y = t, z = t + 1.$$

$$x = t, y = t, z = -t - 1.$$

$$x = t, y = t, z = -t + 1.$$

$$x = t, y = -t, z = -t + 1.$$

6.4. При каком значении l прямая $\frac{x-3}{l} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{1}$ будет перпендикулярна

$$\text{прямой } \begin{cases} x = t, \\ y = 2t + 1, \\ z = 3t - 5. \end{cases}$$

При $l = 3$.

При $l = -3$.

При $l = 0$.

При $l = 9$.

При $l = -9$.

6.5. При каких значениях l и m прямые $\frac{x-3}{l} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{1}$ и $\frac{x-5}{4} = \frac{y+2}{m} = \frac{z}{2}$ параллельны?

При $l = 2, m = -6$.

При $l = 2, m = 6$.

При $l = -2, m = 6$.

При $l = 1, m = -3$.

При $l = -1, m = 3$.

6.6. Установите взаимное расположение прямых $\begin{cases} x=1, \\ y=-2+t, \\ z=3-2t \end{cases}$ и $\begin{cases} x=2, \\ y=t, \\ z=3t+1. \end{cases}$

Прямые скрещиваются.

Прямые пересекаются.

Прямые параллельны.

Прямые совпадают.

Прямые лежат в одной плоскости.

6.7. При каких значениях A и n прямая $\frac{x-3}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{n}$ и плоскость $Ax + 2y - 3z = 0$ будут перпендикулярны?

При $A = 2/3, n = -9/2$.

При $A = 2, n = -9$.

При $A = 3, n = -2$.

При $A = -2/3, n = 9/2$.

При $A = 2/3, n = 9/2$.

6.8. Найдите угол между прямой $\begin{cases} x=2, \\ y=4t, \\ z=3t+1 \end{cases}$ и плоскостью $2x + 2y - z - 4 = 0$.

$\arcsin(1/3)$.

$\arcsin(1/15)$.

$\arccos(1/15)$.

$\arcsin(1/5)$.

$\arccos(1/5)$.

6.9. Установите взаимное расположение прямой $x = t, y = t, z = t - 1$ и плоскости $2x - y - z - 1 = 0$?

Прямая лежит в указанной плоскости.

Прямая параллельна плоскости, но не принадлежит ей.

Прямая и плоскость перпендикулярны.

Прямая пересекает плоскость под углом 60° .

Прямая пересекает плоскость под углом 30° .

6.10. Найдите расстояние от начала координат до прямой $\frac{x-1}{0} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2}$.

$$\sqrt{6/5}$$

$$\sqrt{5/6}$$

$$\sqrt{6}$$

$$\sqrt{5}$$

$$\sqrt{30}$$

6.11. Найдите расстояние между прямыми $\begin{cases} x - y = 0, \\ y - 1 = 0 \end{cases}$ и $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z}{0}$.

$$1$$

$$2$$

$$\sqrt{2}$$

$$\sqrt{1/2}$$

$$1/2$$

6.12. Составьте канонические уравнения прямой, проходящей через точку $(1, -1, -2)$ перпендикулярно плоскости $3x - 2z + 5 = 0$.

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{0} = \frac{z+2}{-2}.$$

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{5}.$$

$$\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-5}{2}.$$

$$\frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-2}{-2}.$$

$$\frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{5}.$$

6.13. В какой точке прямая, проходящая через точки $A(3, -2, 7)$ и $B(13, 3, -8)$, пересекает координатную плоскость xOz ?

- (7, 0, 1)
- (-7, 0, -1)
- (5, 0, 2)
- (-5, 0, 2)
- (5, 0, -2)

6.14. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $(6, 0, 2)$

перпендикулярно прямой $\begin{cases} x + y - 2z - 4 = 0, \\ 3x - 2y + z - 1 = 0. \end{cases}$

$$3x + 7y + 5z - 28 = 0.$$

$$3x - 7y + 5z - 28 = 0.$$

$$3x + 7y - 5z - 8 = 0.$$

$$3x - 7y - 5z - 8 = 0.$$

$$3x + 7y + 5z = 0.$$

6.15. Запишите канонические уравнения прямой $\begin{cases} x = 3z - 5, \\ y = 2z - 8. \end{cases}$

$$\frac{x+5}{3} = \frac{y+8}{2} = \frac{z}{1}.$$

$$\frac{x-5}{3} = \frac{y-8}{2} = \frac{z}{1}.$$

$$\frac{x-5}{-3} = \frac{y-8}{-2} = \frac{z}{-1}.$$

$$\frac{x+5}{3} = \frac{y+8}{-2} = \frac{z}{1}.$$

$$\frac{x+5}{-3} = \frac{y+8}{2} = \frac{z}{1}.$$

6.16. Составьте параметрические уравнения перпендикуляра, проведенного через точку $(1, 2, 3)$ к плоскости $4x - 5y - 8z + 21 = 0$.

$$x = 4t + 1, \quad y = -5t + 2, \quad z = -8t + 3.$$

$$x = -4t - 1, \quad y = 5t - 2, \quad z = 8t - 3.$$

$$x = 4t - 1, \quad y = -5t - 2, \quad z = -8t - 3.$$

$$x = 4t + 1, \quad y = 5t + 2, \quad z = 8t + 3.$$

$$x = 4t + 1, \quad y = -5t - 2, \quad z = 8t + 3.$$

6.17. При каком значении p прямая $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-8} = \frac{z-2}{p}$ параллельна плоскости $3x - 4y + 7z - 33 = 0$?

При $p = -5$.

При $p = 5$.

При $p = 2$.

При $p = -7$.

При $p = 1$.

6.18. Составьте канонические уравнения прямой, проходящей через точку $(0, 1, 0)$ параллельно прямой $\begin{cases} x + y - z - 1 = 0, \\ x + y + z - 1 = 0. \end{cases}$

$$\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{0}.$$

$$\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{0}.$$

$$\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}.$$

$$\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}.$$

$$\frac{x}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}.$$

6.19. При каком D прямая $\begin{cases} 3x - y + 2z - 6 = 0, \\ x + 4y - z + D = 0 \end{cases}$ пересекает ось Oz ?

При $D = 3$.

Ни при каком.

При $D = -3$.

При $D = 2$.

При $D = 6$.

6.20. Составьте параметрические уравнения прямой, проходящей через точки $A(0,1,2)$ и $B(-1,0,2)$.

$$x = t, \quad y = t + 1, \quad z = 2.$$

$$x = t - 1, \quad y = -t, \quad z = 2.$$

$$x = t, \quad y = t + 1, \quad z = t + 2.$$

$$x = t, \quad y = t + 1, \quad z = -t + 2.$$

$$x = -t, \quad y = t + 1, \quad z = 2.$$

6.21. Направляющим вектором прямой $\begin{cases} x = t - 1, \\ y = 2, \\ z = -3t + 5 \end{cases}$ является вектор...

$$\dots \{-1, 0, 3\}.$$

$$\dots \{1, 2, -3\}.$$

$$\dots \{-1, 0, -3\}.$$

$$\dots \{1, 0, 3\}.$$

$$\dots \{-1, 2, 5\}.$$

6.22. Канонические уравнения оси ординат имеют вид...

$$\dots \frac{x}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z}{0}.$$

$$\dots \frac{x-1}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{0}.$$

$$\dots \frac{x+1}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{0}.$$

$$\dots \frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z}{1}.$$

$$\dots \frac{x}{0} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{0}.$$

6.23. Параметрические уравнения медианы AM треугольника ABC , где $A(0,0,2)$, $B(-1,0,2)$, $C(3,-6,2)$, имеют вид...

$$\dots \begin{cases} x = t, \\ y = -3t, \\ z = 2. \end{cases}$$

$$\dots \begin{cases} x = t, \\ y = 3t, \\ z = 2. \end{cases}$$

$$\dots \begin{cases} x = t, \\ y = -3t, \\ z = t + 2. \end{cases}$$

$$\dots \begin{cases} x = t, \\ y = -3t, \\ z = -t + 2. \end{cases}$$

$$\dots \begin{cases} x = -t, \\ y = 3t, \\ z = -2. \end{cases}$$

6.24. Канонические уравнения прямой, делящей пополам угол между положительными направлениями осей Ox и Oy , имеют вид...

$$\dots \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{0}.$$

$$\dots \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{0}.$$

$$\dots \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}.$$

$$\dots \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}.$$

$$\dots \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}.$$

6.25. Направляющим вектором прямой $\begin{cases} x - y + 1 = 0, \\ y + 2z - 3 = 0 \end{cases}$ служит вектор...

... $\{2, 2, -1\}$.

... $\{2, -2, 1\}$.

... $\{2, -2, -1\}$.

... $\{-2, 2, 1\}$.

... $\{2, 2, 1\}$.

VI-а. Прямая в пространстве

6-а.1. Направляющим вектором прямой $\frac{x+2}{-2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-1}{-3}$ является вектор с координатами ...

... $\{-2, 5, 3\}$.

... $\{2, -3, 1\}$.

... $\{-2, 3, -1\}$.

... $\{2, -5, 3\}$.

... $\{-2, -5, 3\}$.

6-а.2. Направляющим вектором прямой $\begin{cases} 2x - y + z - 2 = 0, \\ x + y - z = 0. \end{cases}$ является вектор с координатами ...

... $\{0, -3, 3\}$.

... $\{0, 1, 1\}$.

... $\{1, 3, 3\}$.

... $\{0, -1, 1\}$.

... $\{1, -1, 1\}$.

6-а.3. Направляющим вектором прямой $\begin{cases} -2y + 3z - 1 = 0, \\ 2x + y - 5z = 0. \end{cases}$ является вектор с координатами ...

... $\{7, -6, 4\}$.

... $\{-7, 6, 4\}$.

... $\{7, -6, -4\}$.

... $\{7, 6, 4\}$.

... $\{7, 6, -4\}$.

6-а.4. Направляющим вектором прямой $\begin{cases} 3x + z - 2 = 0, \\ 2x - y - 3z = 0. \end{cases}$ является вектор с координатами ...

... $\{-1, 11, -3\}$.

... $\{-1, 11, 3\}$.

... $\{1, -11, 3\}$.

... $\{1, -11, -3\}$.

... $\{1, 11, -3\}$.

6-а.5. Направляющим вектором прямой $\begin{cases} -4y + z - 5 = 0, \\ x + y - 4 = 0. \end{cases}$ является вектор с координатами ...

... $\{-1, -1, 4\}$.

... $\{1, 1, 4\}$.

... $\{1, -1, -4\}$.

... $\{-1, 1, -4\}$.

... $\{-1, -1, -4\}$.

6-а.6. Направляющим вектором прямой $\begin{cases} 7x - 2y + 3z - 2 = 0, \\ y - z + 5 = 0. \end{cases}$ является вектор с координатами ...

... $\{1, 7, -7\}$.

... $\{-1, -7, 7\}$.

... $\{-1, 7, 7\}$.

... $\{1, 7, 7\}$.

... $\{-1, -7, -7\}$.

6-а.7. Направляющим вектором прямой $\begin{cases} 5x + z - 3 = 0, \\ 2y - z - 1 = 0. \end{cases}$ является вектор с координатами ...

... $\{2, 5, -10\}$.

$$\dots \{-2, -5, 10\}.$$

$$\dots \{2, 5, 10\}.$$

$$\# \dots \{2, -5, -10\}.$$

$$\dots \{2, -5, 10\}.$$

6-а.8. Каноническими уравнениями прямой $x = t$, $y = t$, $z = -t - 1$ являются ...

$$\dots x + y + 2z + 2 = 0.$$

$$\# \dots \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}.$$

$$\dots \begin{cases} x + y + 2z + 2 = 0, \\ x - y = 0. \end{cases}$$

$$\dots \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}.$$

$$\dots \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{1}.$$

6-а.9. Каноническими уравнениями прямой $x = 2t - 1$, $y = t + 2$, $z = -t + 3$ являются ...

$$\dots x - y + z = 0.$$

$$\dots \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1}.$$

$$\dots \begin{cases} x - y + z = 0, \\ y + z - 5 = 0. \end{cases}$$

$$\# \dots \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}.$$

$$\dots \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{-1}.$$

6-а.10. Параметрическими уравнениями прямой $\begin{cases} x + y + 2z + 2 = 0, \\ x - y = 0 \end{cases}$

являются...

$$\dots x = t, y = -t, z = -t - 1.$$

$$\dots x = t, y = t, z = -t + 1.$$

$$\# \dots x = t, y = t, z = -t - 1.$$

$$\dots x = t, y = t, z = t - 1.$$

$$\dots x=t, y=-t, z=t+1.$$

6-а.11. Параметрическими уравнениями прямой $\begin{cases} x-y+z=0, \\ y+z-5=0 \end{cases}$ являются ...

$$\dots x=2t+1, y=t+2, z=-t+3.$$

$$\dots x=2t-1, y=t-2, z=-t+3.$$

$$\dots x=2t-1, y=t+2, z=-t-3.$$

$$\dots x=2t+1, y=t-2, z=-t-3.$$

$$\# \dots x=2t-1, y=t+2, z=-t+3.$$

6-а.12. Прямая $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{1}$ принадлежит плоскости ...

$$\# \dots x+y-2z-2=0.$$

$$\dots x+y-2z+2=0.$$

$$\dots x-y-2z-2=0.$$

$$\dots x-y+2z-2=0.$$

$$\dots x-y-2z+2=0.$$

6-а.13. Прямая $\begin{cases} x-y+z+1=0, \\ y+2z-2=0 \end{cases}$ принадлежит плоскости ...

$$\dots x-y+z-1=0.$$

$$\dots y+2z+2=0.$$

$$\# \dots x+3z-1=0.$$

$$\dots x-2y-z+2=0.$$

$$\dots x-2y-z-3=0.$$

6-а.14. Прямая $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{l}$ будет перпендикулярна прямой

$$\begin{cases} x=t, \\ y=1, \\ z=3t+1 \end{cases} \text{ при } \dots$$

$$\dots l=1.$$

$$\dots l=-3.$$

$$\dots l=0.$$

$$\# \dots l=-1.$$

... $l=3$.

6-а.15. Прямые $\begin{cases} x=t-1, \\ y=t+2, \\ z=-2t-1 \end{cases}$ и $\frac{x-2}{0} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{-1} \dots$

... скрещиваются.

... пересекаются.

... параллельны.

... совпадают.

... перпендикулярны.

6-а.16. Прямая $\begin{cases} x=t-3, \\ y=2t+1, \\ z=nt-1 \end{cases}$ перпендикулярна плоскости $2x + Ay - 6z + 5 = 0$

при ...

... $A=2, n=-6$.

... $A=2, n=-3$.

... $A=2, n=-3/2$.

... $A=-1, n=12$.

... $A=4, n=-3$.

6-а.17. Расстояние от точки $M(0,0,1)$ до прямой $\begin{cases} x-y-4=0, \\ z=0 \end{cases}$ равно ...

... 3.

... 2.

... 1.

... $\sqrt{2}$.

... $\sqrt{3}$.

6-а.18. Параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M(1,1,-3)$ перпендикулярно плоскости $3x - 5y + 2 = 0$, имеют вид ...

... $x=-1+3t, y=1-5t, z=-3$.

... $x=1+3t, y=1+5t, z=-3$.

... $x=1+3t, y=1-5t, z=-3$.

... $x=1+3t, y=1-5t, z=-3-2t$.

... $x=1+3t, y=1-5t, z=-3+2t$.

6-а.19. Прямая $x = 2 + pt$, $y = 1$, $z = 3 + 2t$ параллельна плоскости $3x + 4y - 6z - 3 = 0$ при ...

... $p = -4$.

... $p = 8/3$.

... $p = 2$.

... $p = 4$.

... $p = -2$.

6-а.20. Прямая $\begin{cases} 3x - y + 2z - 6 = 0, \\ x + 4y - z + D = 0 \end{cases}$ пересекает ось Oy при ...

... $D = 24$.

... $D = -24$

При $D = -12$.

При $D = 12$.

При $D = -4$.

VIII. Поверхности второго порядка

8.1. При каком значении параметра a эллипсоид $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$ будет поверхностью вращения вокруг оси Oy ?

При $a = 3$.

При $a = 2$.

При $a = 2$ или $a = 3$.

При $a = 6$.

При любом $a \neq 1$.

8.2. Определите тип поверхности второго порядка, заданной уравнением

$$\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

Двуполостный гиперболоид.

Однополостный гиперболоид.

Эллипсоид.

Параболоид вращения.

Уравнение не определяет никакую поверхность.

8.3. Определите тип поверхности, заданной уравнением $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} + 2z = 0$.

Гиперболический параболоид

Эллиптический параболоид.

Конус.

Эллипсоид.

Однополостный гиперболоид.

8.4. Определите тип поверхности второго порядка, заданной уравнением

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{c^2} = -1.$$

Однополостный гиперболоид.

Двуполостный гиперболоид.

Эллипсоид.

Параболоид вращения.

Уравнение не определяет никакую поверхность.

8.5. Какую поверхность определяет уравнение $x^2 + y^2 + 4z^2 = 1$?

Эллипсоид вращения вокруг оси Oz .

Эллипсоид вращения вокруг оси Ox .

Эллипсоид вращения вокруг оси Oy .

Эллиптический цилиндр.

Эллиптический параболоид.

8.6. Какую поверхность определяет уравнение $x^2 + y^2 - z^2 = 1$?

Однополостный гиперболоид.

Двуполостный гиперболоид.

Трехосный эллипсоид.

Гиперболический параболоид.

Эллиптический параболоид.

8.7. Какую поверхность определяет уравнение $x^2 - y^2 - z^2 = 4$?

Двуполостный гиперболоид.

Однополостный гиперболоид.
Трехосный эллипсоид.
Гиперболический параболоид.
Эллиптический параболоид.

8.8. Какую поверхность определяет уравнение $x^2 - y^2 - z^2 = 0$?

Конус второго порядка.
Однополостный гиперболоид.
Трехосный эллипсоид.
Гиперболический параболоид.
Эллиптический параболоид.

8.9. Какую поверхность определяет уравнение $x^2 + 2y^2 - z = 0$?

Эллиптический параболоид.
Конус второго порядка.
Однополостный гиперболоид.
Трехосный эллипсоид.
Гиперболический параболоид.

8.10. Какое из приведенных ниже уравнений определяет цилиндрическую поверхность с образующей, параллельной оси Oy ?

$xz - 2x^2 + z^2 - 3x = 1.$
 $xy - 2y^2 + x^2 - 3x = 1.$
 $yz - 2x^2 + z^2 - 3y = 1.$
 $xy - 2x^2 + z^2 - 3x = 1.$
 $xz - 2x^2 + y^2 - 3x = 1.$

8.11. Какая поверхность определена уравнением $x^2 - (y - z)^2 = 0$?

Пара плоскостей.
Гиперболический параболоид.
Конус второго порядка.
Гиперболический цилиндр.
Однополостный гиперболоид.

8.12. Что служит геометрическим образом уравнения $x^2 + (y - z)^2 = 0$?

Прямая.

Пара прямых.

Пара плоскостей.

Конус второго порядка.

Гиперболический цилиндр.

8.13. Что служит геометрическим образом уравнения $x^2 + (y - z)^2 + 1 = 0$?

Это уравнение не определяет никаких действительных геометрических образов.

Пара прямых.

Пара плоскостей.

Гиперболический параболоид.

Конус второго порядка.

8.14. При каком значении параметра a гиперболоид $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$ будет поверхностью вращения вокруг оси Oy ?

Ни при каких a .

При $a = 3$.

При $a = 2$.

При $a = 2$ или $a = 3$.

При любых $a \neq 1$.

8.15. При каком значении параметра a уравнение $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + az^2 = 1$ определяет однополостный гиперболоид?

При отрицательных a .

Ни при каких a .

При положительных a .

Только при $a = 0$.

При $a \in (-1, 1)$.

8.16. При каком значении параметра a уравнение $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + az^2 = 1$ определяет двуполостный гиперболоид?

Ни при каких a .

При отрицательных a .

При положительных a .

Только при $a = 0$.

При $a \in (-1, 1)$.

8.17. Какую поверхность определяет уравнение $y^2 + x - 1 = 0$?

Параболический цилиндр.

Гиперболический цилиндр.

Параболоид вращения.

Конус второго порядка.

Однополостный гиперболоид.

8.18. Какую поверхность определяет уравнение $y^2 + x^2 - 2z - 1 = 0$?

Параболоид вращения.

Параболический цилиндр.

Гиперболический цилиндр.

Конус второго порядка.

Однополостный гиперболоид.

8.19. Какую поверхность определяет уравнение $y^2 + 2x^2 - 3z^2 = 0$?

Конус второго порядка.

Параболоид вращения.

Параболический цилиндр.

Гиперболический цилиндр.

Однополостный гиперболоид.

8.20. Какую поверхность определяет уравнение $5y^2 + 2x^2 - 3z^2 - 12 = 0$?

Однополостный гиперболоид.

Конус второго порядка.

Параболоид вращения.

Параболический цилиндр.

Гиперболический цилиндр.

8.21. Какую поверхность определяет уравнение

$$x^2 - 6y^2 + 3z^2 + 8x + 12y + 1 = 0?$$

Однополостный гиперболоид.

Конус второго порядка.

Параболоид вращения.

Параболический цилиндр.

Гиперболический цилиндр.

8.22. Какую поверхность определяет уравнение

$$x^2 + 6y^2 + 3z^2 + 8x + 12y + 1 = 0?$$

Трехосный эллипсоид.

Это уравнение не определяет никакой действительной поверхности.

Конус второго порядка.

Параболоид вращения.

Гиперболический цилиндр.

8.23. Какую поверхность определяет уравнение

$$x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 6x + 12y + 1 = 0?$$

Трехосный эллипсоид.

Это уравнение не определяет никакой действительной поверхности.

Конус второго порядка.

Параболоид вращения.

Параболический цилиндр.

8.24. Установите, что плоскость $x = 2$ пересекает эллипсоид $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} + \frac{z^2}{4} = 1$

по эллипсу. Найдите его полуоси.

Полуоси равны 3 и $\sqrt{3}$.

Полуоси равны 9 и 3.

Полуоси равны 12 и $\sqrt{3}$.

Полуоси равны 6 и $\sqrt{3}$.

Полуоси равны 12 и 3.

8.25. Составить уравнение поверхности, полученной вращением параболы

$$\begin{cases} y = x^2, \\ z = 0 \end{cases} \text{ вокруг оси } Oy.$$

$$y = x^2 + z^2.$$

$$y = x^2 - z^2.$$

$$y^2 = x^2 + z^2.$$

$$y = \sqrt{x^2 + z^2}.$$

$$y = z^2 - x^2.$$

VIII-а. Поверхности второго порядка

8-а.1. Наименьшая ось трехосного эллипсоида $6x^2 + 3y^2 + 2z^2 - 6y - 3 = 0$ равна ...

... 1.

... 2.

... 3.

... 4.

... 6.

8-а.2. Наибольшая ось трехосного эллипсоида $8x^2 + 4y^2 + 2z^2 - 16x + 8y + 4 = 0$ равна ...

... 8.

... 16.

... 4.

... 2.

... 12.

8-а.3. Сечения поверхности $x^2 + 2y^2 - z^2 = -1$ плоскостями, перпендикулярными оси ординат, являются ...

... эллипсами.

... парабололами.

... окружностями.

... гиперболами.

... прямыми.

8-а.4. Сечения поверхности $x^2 + 2y^2 - z^2 = 1$ плоскостями, перпендикулярными оси аппликат, являются ...

- # ... эллипсами.
- ... параболами.
- ... окружностями.
- ... гиперболами.
- ... прямыми.

8-а.5. Сечения поверхности $x^2 - y^2 = 1$ плоскостями, перпендикулярными оси ординат, являются ...

- ... эллипсами.
- ... параболами.
- ... окружностями.
- ... гиперболами.
- # ... прямыми.

8-а.6. Сечения поверхности $y^2 + z^2 = x^2 + x$ плоскостями, перпендикулярными оси абсцисс, являются ...

- ... эллипсами.
- ... параболами.
- #... окружностями.
- ... гиперболами.
- ... прямыми.

8-а.7. Сечения поверхности $x^2 + 2y^2 - z = -1$ плоскостями, параллельными оси аппликат, являются ...

- ... эллипсами.
- # ... параболами.
- ... окружностями.
- ... гиперболами.
- ... прямыми.

8-а.8. Установите соответствие между уравнениями и названиями геометрических образов этих уравнений:

1) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} + 2z = 0$

2) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{5} = -1$

$$3) x^2 + y^2 + 4z^2 = 1$$

$$4) x^2 - y^2 - z^2 = 4$$

- 1) Гиперболический параболоид
- 2) Однополостный гиперболоид
- 3) Эллипсоид вращения
- 4) Двуполостный гиперболоид

8-а.9. Установите соответствие между уравнениями и названиями геометрических образов этих уравнений:

$$1) x^2 - y^2 - z^2 = 0$$

$$2) x^2 + 2y^2 - z = 0$$

$$3) x^2 - (y - z)^2 = 0$$

$$4) x^2 + (y - z)^2 + 1 = 0$$

- 1) Конус
- 2) Эллиптический параболоид
- 3) Пара плоскостей
- 4) Уравнение не определяет никаких действительных геометрических образов

8-а.10. Установите соответствие между уравнениями и названиями геометрических образов этих уравнений:

$$1) x^2 + (y - z)^2 = 0$$

$$2) y^2 + x - 1 = 0$$

$$3) y^2 + x^2 - 2z - 1 = 0$$

$$4) y^2 + 2x^2 - 3z^2 = 0$$

- 1) Прямая
- 2) Параболический цилиндр
- 3) Параболоид вращения
- 4) Конус

8-а.11. Установите соответствие между уравнениями и названиями геометрических образов этих уравнений:

$$1) 5y^2 + 2x^2 - 3z^2 - 12 = 0$$

$$2) x^2 + 6y^2 + 3z^2 + 8x + 12y + 1 = 0$$

$$3) x^2 - 3z^2 + 4x + 12y + 1 = 0$$

$$4) x^2 + 2y^2 + z^2 - 2z + 1 = 0$$

- 1) Однополостный гиперболоид
- 2) Трехосный эллипсоид
- 3) Гиперболический параболоид
- 4) Точка

8-а.12. Установите соответствие между уравнениями и названиями геометрических образов этих уравнений:

- 1) $z = x^2 + y^2 - 4x + 2y$
- 2) $z = 4x^2 + 9y^2 - 4x - 6y + 3$
- 3) $(x - y + 1)^2 - (z + 2)^2 = 0$
- 4) $x^2 + 4y^2 - 6x + 16y + 9 = 0$

- 1) Параболоид вращения
- 2) Эллиптический параболоид
- 3) Пара плоскостей
- 4) Эллиптический цилиндр

8-а.13. Установите соответствие между уравнениями и названиями геометрических образов этих уравнений:

- 1) $y^2 + z^2 - x^2 + 6y - 4 = 0$
- 2) $y^2 - 4x - 6y + 17 = 0$
- 3) $x^2 + 4y^2 - 2x - z = 0$
- 4) $3z^2 + 9y^2 + x^2 + 2x + 1 = 0$

- 1) Однополостный гиперболоид
- 2) Параболический цилиндр
- 3) Эллиптический параболоид
- 4) Точка

8-а.14. Установите соответствие между уравнениями и названиями геометрических образов этих уравнений:

- 1) $x^2 + y^2 - 2z^2 + 4z - 2 = 0$
- 2) $x^2 + y^2 - z^2 - 2x - 4y + 2z + 5 = 0$
- 3) $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 6x + 36z - 99 = 0$
- 4) $x^2 + (z - y - 2)^2 = 0$

- 1) Конус второго порядка
- 2) Двуполостный гиперболоид
- 3) Трехосный эллипсоид
- 4) Прямая

8-а.15. Установите соответствие между уравнениями и названиями геометрических образов этих уравнений:

- 1) $3x^2 + 4y^2 + 6z^2 + 12z + 7 = 0$
- 2) $2x^2 - 6y^2 + 3z^2 + 12z + 12 = 0$
- 3) $4x^2 - y^2 - 8x - 4y - 4z + 12 = 0$
- 4) $4y^2 + z^2 - 4x - 8y - 8 = 0$

- 1) Уравнение не определяет никаких действительных геометрических образов
- 2) Конус второго порядка
- 3) Гиперболический параболоид
- 4) Эллиптический параболоид

8-а.16. Плоскость $y = -1$ пересекает поверхность $x^2 + 2y^2 + 4z^2 + 6y = 0$ по эллипсу с полуосями ...

- ... 1 и 4.
- ... 2 и 4.
- ... 2 и 8.
- ... 1 и 8.
- # ... 1 и 2.

8-а.17. Уравнение поверхности, полученной вращением гиперболы

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 1, \\ z = 0 \end{cases} \text{ вокруг оси } Oy, \text{ имеет вид ...}$$

- # ... $x^2 - y^2 + z^2 = 1$.
- ... $x^2 - y^2 - z^2 = 1$
- ... $x^2 - z^2 = 1$
- ... $y^2 - z^2 = 1$
- ... $x^2 - y^2 = 1$

8-а.18. Уравнение поверхности, полученной вращением гиперболы

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 1, \\ z = 0 \end{cases} \text{ вокруг оси } Oх, \text{ имеет вид } \dots$$

... $x^2 - y^2 + z^2 = 1$.

... $x^2 - y^2 - z^2 = 1$

... $x^2 - z^2 = 1$

... $y^2 - z^2 = 1$

... $x^2 - y^2 = 1$

8-а.19. Установите, что плоскость $z = 1$ пересекает поверхность

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} + \frac{z^2}{4} = 1 \text{ по эллипсу. Его полуоси равны } \dots$$

... 3 и $\sqrt{3}$.

... 9 и $\sqrt{3}$.

... 12 и $\sqrt{3}$.

... 3 и $2\sqrt{3}$.

... 4 и $2\sqrt{3}$.

8-а.20. Уравнение цилиндрической поверхности с образующей, параллельной оси $Oх$, — это...

... $yz - 2x^2 + z^2 - 3x = 1$.

... $xy - 2y^2 + x^2 - 3x = 1$.

... $yz - 2y^2 + z^2 - 3y = 1$.

... $y - 2x^2 + z^2 - 3x = 1$.

... $yz - 2z^2 + y^2 - 3x = 1$.

IX. Линейные пространства

9.1. Матрицей перехода от базиса (e_1, e_2, e_3) к базису (f_1, f_2, f_3) , где

$$\begin{cases} f_1 = 2e_1 + e_2 + e_3, \\ f_2 = e_1 + 2e_2 + e_3 \\ f_3 = e_1 + 2e_2 + 3e_3, \end{cases} \text{ является } \dots$$

$$\dots \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\dots \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\dots \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\dots \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\dots \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

9.2. Матрица перехода от одного базиса к другому всегда является...

- ... невырожденной.
- ... единичной.
- ... нулевой.
- ... вырожденной.
- ... симметричной

9.3. В линейном пространстве векторов, параллельных данной плоскости, базисом являются ...

- ... любые два неколлинеарных вектора, параллельных данной плоскости.
- ... любые два неколлинеарных вектора.
- ... любые три некомпланарных вектора.
- ... вектор, перпендикулярный данной плоскости.
- ... три вектора, параллельных данной плоскости.

9.4. Все функции, определенные на всей числовой прямой и удовлетворяющие условию $f(1) = a$, ...

...образуют линейное пространство, если $a = 0$, а операции суммы и умножения на число определены стандартным способом.

...образуют линейное пространство, если $a = 0$, а операции суммы и умножения на число введены любым способом.

...образуют линейное пространство при $a \neq 0$ и стандартным образом введенных операциях суммы и умножения на число.

...не образуют линейное пространство ни при каком a .

...образуют линейное пространство при любом a .

9.5. Вектор $\{-1, 0, 1\}$...

... невозможно представить в виде линейной комбинации векторов $\{2, 1, 0\}$ и $\{1, 0, 1\}$.

... можно представить в виде линейной комбинации векторов $\{2, 1, 0\}$ и $\{1, 0, 1\}$.

... линейно выражается через векторы $\{2, 1, 0\}$ и $\{1, 0, 1\}$.

... линейно зависит от векторов $\{2, 1, 0\}$ и $\{1, 0, 1\}$.

... образует вместе с векторами $\{2, 1, 0\}$ и $\{1, 0, 1\}$ тройку компланарных векторов.

9.6. Матрицы вида $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$ (операции сложения и умножения на число определены стандартным образом)...

...образуют линейное пространство размерности 1.

...образуют линейное пространство размерности 2.

...образуют линейное пространство размерности 3.

...образуют линейное пространство размерности 4.

...не образуют линейного пространства.

9.7. Матрицы вида $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 1-a \end{pmatrix}$ (операции сложения и умножения на число определены стандартным образом)...

...не образуют линейного пространства.

...образуют линейное пространство размерности 1.

...образуют линейное пространство размерности 2.

...образуют линейное пространство размерности 3.

...образуют линейное пространство размерности 4.

9.8. Матрицы вида $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, где числа a, b, c и d удовлетворяют условиям

$a + b + c = 0$, $a + b - c = 0$, а операции сложения и умножения на число определены стандартным образом, ...

...образуют линейное пространство размерности 2.

...не образуют линейного пространства.

...образуют линейное пространство размерности 1....

...образуют линейное пространство размерности 2.

...образуют линейное пространство размерности 3.

...образуют линейное пространство размерности 4.

9.9. Векторы $\{1, -3, 5\}$, $\{2, 2, 4\}$, $\{2, -2, 7\}$...

... являются линейно-зависимыми.

... являются линейно-независимыми.

... являются некопланарными.

... не имеют нетривиальной линейной комбинации, равной нулю.

... коллинеарны.

9.10. Разложение вектора $\overset{\cdot}{x} = \{1, -2, 5\}$ по базису $\overset{\cdot}{a} = \{1, 1, 1\}$, $\overset{\cdot}{b} = \{1, 2, 3\}$, $\overset{\cdot}{c} = \{2, -1, 1\}$ имеет вид $\overset{\cdot}{x} = \alpha \cdot \overset{\cdot}{a} + \beta \cdot \overset{\cdot}{b} + \gamma \cdot \overset{\cdot}{c}$, где...

... $\alpha = -6$.

... $\alpha = 2$.

... $\beta = -3$.

... $\gamma = -2$.

... $\gamma = 1$.

9.11. Функции $1 + x + px^2$, $-1 + 2x$, $1 + 2x^2$ будут линейно зависимыми при...

... $p = 3$.

... $p = 2$.

... $p = -1$.

... $p = -3$.

... любом значении p .

9.12. Функции $\sin x + \cos x$, $p \sin x - \cos x + 1$, $\cos x$ будут линейно-независимыми при...

...любом значении p .

... $p \neq 1$.

... $p = 1$.

... $p = 0$.

... $p \neq 0$.

9.13. Базисом линейного пространства решений однородной системы

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases} \text{ является...}$$

... вектор $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

... вектор $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

... векторы $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

... векторы $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

... векторы $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

9.14. Векторы $(1,0,1,2)$, $(0,1,1,2)$ и $(1,1,1,3)$...

...являются линейно-независимыми.

...являются линейно-зависимыми.

...образуют базис в пространстве векторов вида $(a,b,0,c)$.

... образуют базис в пространстве векторов вида $(0,a,b,c)$.

... образуют базис в пространстве векторов вида $(a,0,b,c)$.

9.15. Проверьте, что множество функций вида $p(x) = ax^2 + bx + c$ (квадратные трехчлены) таких, что $p(1) = 0$, образует линейное пространство. Базисом в этом пространстве является...

$$\begin{aligned} \dots p_1(x) &= x^2 - 1, \quad p_2(x) = x - 1. \\ \dots p_1(x) &= x^2, \quad p_2(x) = x. \\ \dots p_1(x) &= x^2 + x - 2, \quad p_2(x) = 2 - x - x^2. \\ \dots p_1(x) &= 1, \quad p_2(x) = x, \quad p_3(x) = x^2. \\ \dots p_1(x) &= 0, \quad p_2(x) = x - 1, \quad p_3(x) = x^2 - 1. \end{aligned}$$

9.16. Базисом линейного пространства решений однородной системы

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 - 8x_2 + 6x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$$
 является...

$$\dots \text{ векторы } \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \text{ векторы } \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \text{ векторы } \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \text{ векторы } \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \text{ векторы } \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9.17. Матрица линейного оператора, переводящего любой вектор $\{x, y, z\}$ в вектор $\{x, x + y, x + y + z\}$, записанная в стандартном базисе $\overset{1}{i}, \overset{1}{j}, \overset{1}{k}$, имеет вид...

$$\dots \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

9.18. Матрица дифференцирования многочленов не выше второго порядка в базисе $(1 + x, x + x^2, x^2)$ имеет вид...

$$\dots \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

9.19. Матрица линейного оператора, отображающего все геометрические векторы пространства в векторы, параллельные некоторой плоскости, является...

...вырожденной.

...нулевой.

...симметричной.

...невырожденной.

...диагональной.

9.20. Известно, что линейный оператор переводит вектор $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ в вектор $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, а

вектор $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ — в вектор $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Матрица этого оператора, записанная в базисе

$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, имеет вид...

$$\dots \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

9.21. Матрица оператора симметрии относительно плоскости xOz , записанная в базисе $\overset{1}{i}, \overset{1}{j}, \overset{1}{k}$, имеет вид...

$$\dots \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

9.22. Матрица оператора ортогонального проектирования на плоскость xOy , записанная в базисе $\overset{1}{i}, \overset{1}{j}, \overset{1}{k}$, имеет вид...

$$\dots \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

9.23. Матрица некоторого оператора, записанная в базисе $\overset{1}{i}, \overset{1}{j}$, имеет вид $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Этот оператор является...

...оператором симметрии относительно оси Oy .

... оператором симметрии относительно оси Ox .

... оператором центральной симметрии.

... оператором поворота на 180° .

... оператором поворота на 90° .

9.24. Множество всех матриц размера 2×2 , для которых операции сложения и умножения на число определены стандартным образом, ...

...является линейным пространством размерности 4.

... является линейным пространством размерности 2.

... является линейным пространством размерности 3.

... не является линейным пространством.

...является линейным пространством нулевой размерности.

9.25. Линейной комбинацией векторов $\{-1, 2, 0\}$ и $\{0, 1, 2\}$ является вектор...

... $\{-1, 2, 0\}$.

... $\{-1, 3, -2\}$.

... $\{1, -1, -2\}$.

... $\{-2, 5, -2\}$.

... $\{1, 4, 4\}$.

9.26. Известно, что линейный оператор переводит вектор $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ в вектор $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, а вектор $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ — в вектор $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Тогда вектор $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ переходит в вектор...

$$\dots \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

9.27. Известно, что линейный оператор T переводит вектор $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ в вектор

$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, а вектор $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ — в вектор $\begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Тогда вектор $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ переходит в вектор...

$$\dots \begin{pmatrix} -11 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} 11 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} 11 \\ -9 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} -11 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} -11 \\ 9 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

9.28. Размерность линейного пространства симметричных матриц $3 \times 3 \dots$

...равна 6.

...равна 9.

...равна 3.

...равна 2.

...не определена.

IX-а. Линейные пространства

9-а.1. Матрицей перехода от базиса (e_1, e_2, e_3) к базису (f_1, f_2, f_3) , где

$$\begin{cases} f_1 = -e_1 + 2e_2 + e_3, \\ f_2 = e_1 + 3e_2 \\ f_3 = -2e_1 - 4e_2 + e_3, \end{cases} \quad \text{является } \dots$$

$$\dots \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ -2 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\dots \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\dots \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \\ 1 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\# \dots \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & -4 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\dots \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

9-а.2. Размерность линейного пространства — это ...

- ... количество элементов этого пространства.
- ... количество ненулевых элементов этого пространства.
- ... количество линейно-независимых элементов этого пространства.
- # ... максимальное количество линейно-независимых элементов этого пространства.

9-а.3. В линейном пространстве геометрических векторов, перпендикулярных некоторой заданной прямой, базисом являются ...

- ... любые два вектора, параллельных данной прямой.
- # ... любые два неколлинеарных вектора, перпендикулярных данной прямой.
- ... любые два вектора, перпендикулярных данной прямой.
- ... любой вектор, перпендикулярный данной прямой.
- ... любой вектор, параллельный данной прямой.

9-а.4. Векторы вида $\{a, b, c^2\}$, где a, b, c — произвольные действительные числа, ...

- # ... не образуют линейного пространства.
- ... образуют линейное пространство размерности 2.
- ... образуют линейное пространство размерности 3.
- ... образуют линейное пространство размерности 1.
- ... образуют евклидово пространство.

9-а.5. Вектор $\{2, 1, 1\}$...

- ... невозможно представить в виде линейной комбинации векторов $\{2, 1, 0\}$ и $\{2, 1, 2\}$.
- # ... можно представить в виде линейной комбинации векторов $\{2, 1, 0\}$ и $\{2, 1, 2\}$.
- ... равен полуразности векторов $\{2, 1, 0\}$ и $\{2, 1, 2\}$.
- ... линейно-независим от векторов $\{2, 1, 0\}$ и $\{2, 1, 2\}$.
- ... образует вместе с векторами $\{2, 1, 0\}$ и $\{2, 1, 2\}$ базис.

9-а.6. Функции $\sin x + p \cos x$, $\sin x - \cos x + 1$, $2 \cos x + p$ будут линейно-зависимыми при...

...любом значении p .

... $p \neq 1$.

... ни при каком значении p .

... $p = 0$.

... $p \neq 0$.

9-а.7. Координаты вектора $\{3, 2\}$ в базисе (e_1, e_2) , где $e_1 = \{2, -1\}$ и $e_2 = \{1, -1\}$, равны ...

... 3 и 2.

... -3 и 2.

... 3 и -2.

... 6 и -5.

... 5 и -7.

9-а.8. Функции $1 + x + x^2$, $-1 + px$, $1 + 2x^2$ будут линейно зависимыми при...

... $p = 3$.

... $p = 2$.

... $p = -1$.

... $p = -2$.

... ни при каком значении p .

9-а.9. Функции e^x , $e^x - e^{2x} + e^{3x}$, $2e^{2x} + pe^x$ будут линейно-независимыми при ...

... любом значении p .

... $p \neq 1$.

... ни при каком значении p .

... $p = 0$.

... $p \neq 0$.

9-а.10. Матрица линейного оператора, переводящего любой вектор $\{x, y, z\}$ в вектор $\{x, x - y, x - y + z\}$, записанная в стандартном базисе $\overset{1}{i}, \overset{1}{j}, \overset{1}{k}$, имеет вид...

$$\dots \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} & \# \dots \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}. \\ & \dots \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \\ & \dots \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \\ & \dots \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

9-а.11. Матрица оператора дифференцирования в пространстве функций вида $ae^x + be^{2x}$ в базисе (e^x, e^{2x}) имеет вид...

$$\begin{aligned} & \# \dots \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}. \\ & \dots \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}. \\ & \dots \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}. \\ & \dots \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}. \\ & \dots \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

9-а.12. Матрица оператора симметрии относительно прямой $x + y = 0$ в пространстве геометрических векторов плоскости с базисом $(\overset{1}{i}, \overset{1}{j})$ имеет вид...

$$\begin{aligned} & \dots \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \\ & \dots \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

$$\dots \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$\# \dots \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

9-а.13. Собственными значениями матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ являются числа ...

... 2 и 5.

... -5 и 2.

... 1 и 3.

... 2 и 3.

... 5 и -2.

9-а.14. Собственный вектор $\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ отвечает собственному значению, равному ...

... -2.

... 2.

... 5.

... -5.

... 1.

9-а.15. Собственными векторами матрицы $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ являются ...

$$\dots \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\# \dots \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

9-а.16. Матрица некоторого оператора, записанная в базисе $\overset{1}{i}, \overset{1}{j}$, имеет вид

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \text{ Этот оператор является...}$$

...оператором симметрии относительно оси Oy .

... оператором симметрии относительно оси Ox .

... оператором центральной симметрии.

... оператором симметрии относительно прямой $y = x$

... оператором поворота на 90° .

9-а.17. Известно, что линейный оператор переводит вектор $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ в вектор $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$,

а вектор $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ — в вектор $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Тогда вектор $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ переходит в вектор...

$$\# \dots \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

9-а.18. Матрица оператора, вычисляющего производную второго порядка функций вида $a \sin x + b \cos x$, в базисе $\{\cos x, \sin x\}$ имеет вид ...

$$\dots \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\# \dots \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$\dots \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

9-а.19. Базисом линейного пространства решений системы

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 0, \\ x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - x_4 = 0 \end{cases} \text{ является } \dots$$

...вектор $(1, 2, -2, 1)$.

... вектор $(1, -1, -2, -2)$.

... вектор $(1, -1, -1, 1)$.

... векторы $(1, 2, -2, 1)$ и $(-1, -2, 2, -1)$.

... векторы $(1, 2, -2, 1)$ и $(1, -1, -1, 1)$.

9-а.20. Размерность линейного пространства решений системы

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 = 0 \end{cases} \text{ равна } \dots$$

... 1.

... 3.

... 4.

... 2.

... 5.